

MATEMÁTICA FINANCEIRA

OBJETIVO:

- Estudar o crescimento no tempo de um capital aplicado, fornecendo os CRITÉRIOS para avaliar a *rentabilidade* dos **investimentos** no mercado de capitais,
- Fornecer instrumentos para auxiliar o processo decisório da escolha da melhor alternativa numa economia de escassez.
- Tendo o dinheiro um valor diferente a cada momento, a Matemática Financeira permite compará-lo qualquer que seja a diferença de datas.

JUSTIFICATIVA: A aceleração do processo de globalização econômica alterou profundamente o cenário financeiro mundial. Hoje, as oscilações imprevisíveis do mercado exigem dos profissionais da área financeira, particularmente os Contadores, conhecimentos profundos de Matemática Financeira, uma ferramenta essencial para o gerenciamento eficiente de empresas de grande, médio e pequeno porte.

PROGRAMA:

*...Chegou a hora dessa gente
bronzada mostrar o seu valor...*

I . INTRODUÇÃO

- I.1 - O Problema Central da Engenharia Econômica
- I.2 – Análise Matemática versus Análise Contábil

II . EQUIVALÊNCIA E JUROS

- II.1 – Introdução
- II.2 – Diagrama de Fluxo de Caixa
- II.3 - Fatores que determinam a existência de juros
- II.4 - Juros Simples e Juros Compostos
- II.5 - Equivalência
- II.6 - Valor Atual

III – JUROS SIMPLES

- III.1 – Valor Presente e Valor Futuro
 - III.1.1 – Taxas Proporcionais
 - III.1.2 – Taxas Equivalentes
- III.2 – Descontos Simples
 - III.2.1 – Desconto Bancário
 - III.2.2 – Desconto Racional
 - III.2.3 – Saldos Bancários

IV – JUROS COMPOSTOS

- IV.1 – Fator de Acumulação de Capital em Pagamentos Simples
- IV.2 - Fator de Valor Atual em Pagamentos Simples
- IV.3 – Desconto Composto

- IV.3.1 – Desconto Bancário
- IV.3.2 – Desconto Racional
- IV.4 - Fator de Acumulação de Capital em Séries Uniformes
- IV.5 - Fator de Valor Atual em Série Uniforme
- IV.6 - Fator de Formação de Capital em Série Uniforme
- IV.7 - Fator de Recuperação de Capital em Série Uniforme
- IV.8 - Relação entre os Fatores
- IV.9 - Série em Gradiente
- IV.10 - Taxa Nominal e Efetiva

V – SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO

- V.1 – Sistema do Montante
- V.2 – Sistema de Juros Antecipados
- V.3 – Sistema Americano
- V.4 – Sistema Price, Francês ou de Prestações Constantes
- V.5 – Sistema de Amortizações Constantes – SAC
- V.6 – Sistema de Amortizações Misto – SAM

VI – O MERCADO FINANCEIRO

- VI.1 – O Mercado de Capitais
 - VI.1.1 – Mercado de Renda Variável
 - VI.1.1.1 – O que são Ações
 - VI.1.1.2 – Tipos de Ações
 - VI.1.1.3 – Classes de Ações
 - VI.1.1.4 – Direitos e Proventos
 - VI.1.1.5 – Negociação
 - VI.1.1.6 – Bolsa de Valores
 - VI.1.1.7 – Bovespa
 - VI.1.1.8 – Comissão de Valores Mobiliários
 - VI.1.1.9 – ADR's
 - VI.1.2 – Mercado de Renda Fixa
 - VI.1.2.1 – Mercado de Renda Fixa
 - VI.1.2.2 – SELIC/CETIP
 - VI.1.2.3 – Títulos Públicos
 - VI.1.2.4 – Títulos Privados
 - VI.1.3 – Mercado de Câmbio
 - VI.1.3.1 – Mercado de Câmbio no Brasil
 - VI.1.3.2 – Operações de Arbitragem
 - VI.1.4 – Mercado de Derivativos
 - VI.1.4.1 – Mercado de Derivativos
 - VI.1.4.2 – Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F)
 - VI.1.4.3 – Opções de Ações
 - VI.1.4.4 – Estratégia de Opções
 - VI.1.4.5 – Mercado a Termo
 - VI.1.4.6 – Mercado de Futuros

- VI.1.4.7 – Mercado Futuro para Renda Fixa
- VI.1.4.8 – Mercado Futuro para Moeda
- VI.1.4.9 – Mercado Futuro para Produtos Agropecuários
- VI.1.4.10 – SWAPS
- VI.1.5 – Mercado de Fundos de Investimento
 - VI.1.5.1 – Fundos de Investimento
 - VI.1.5.2 – Fundos de Renda Fixa
 - VI.1.5.3 – Fundos de Renda Variável
 - VI.1.5.4 – Fundos de Previdência Privada
 - VI.1.5.5 – Análise de Rentabilidade
 - VI.1.5.6 – Tributação de Fundos
- VI.2 – As Taxas de Juros
 - VI.2.1 – A Taxa Over
 - VI.2.2 - TBF
 - VI.2.3 - TR
 - VI.2.4 – [TJLP](#)
- VI.6 – Aplicações Financeiras com Rendas Fixas
 - VI.6.1 – Aplicações Financeiras com Renda Pré-fixada
 - VI.6.2 – Aplicações Financeiras com Renda Pós-Fixada
- VI.7 – Operações de Empréstimos e Financiamentos

“Há duas ocasiões na vida em que não devemos especular: quando não estamos em condições de fazê-lo, e quando estamos.”

Mark Twain,
O Calendário de Pudd'nhead Wilson

BIBLIOGRAFIA BÁSICA

- Vieira Sobrinho, José Dutra** – *Matemática Financeira* – Ed. Atlas - 1997
- Faria, Rogério Gomes de** – *Matemática Comercial e Financeira* – 5ª ed. – Ed. Makron Books – 2000
- Mathias, Washington F. & Gomes, José M.** - *Matemática Financeira* - Ed. Atlas 1995
- Assaf Neto, Alexandre** – *Matemática Financeira e suas aplicações* – 5ª ed. – Ed. Atlas – 2000
- Samanez, Carlos P.** – *Matemática Financeira: Aplicações à Análise de Investimentos* – 2ª ed. – Ed. Makron Books - 1999

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

- Faro, Clóvis de** - *Matemática Financeira* - 9ª ed. - São Paulo, Atlas 1993
- Kuhnen, Osmar L. & Bauer, Udibert R.** - *Matemática Financeira Aplicada e Análise de Investimentos* - Ed. Atlas - 1996
- Shinoda, Carlos** – *Matemática Financeira para usuários do Excel* – 2ª ed. – Ed. Atlas – 1988
- Laureano, J. L. & Leite, O . V.** - *Os Segredos da Matemática Financeira* - Ed. Ática
- Neves, Cesar das** - *Análise de Investimentos* - Zahar Editores
- Erlich, Pierre J.** - *Avaliação e Seleção de Projetos de Investimento* – Ed. Atlas
- Souza, Alceu & Clemente, Ademir** - *Decisões Financeiras e Análise de Investimento* - Ed. Atlas
- Polo, Edison F.** - *Engenharia das Operações Financeiras* - Ed. Atlas - 1996
- Ross, Stephen & Jaffe, J.F.** - *Administração Financeira* -Ed. Atlas - 1996
- Hirschfeld, Henrique** - *Engenharia Econômica* - Ed. Atlas - 1984
- Hess, G. et all** - *Engenharia Econômica* - Difusão Editora S. A .
- Oliveira, José Alberto Nascimento de** - *Engenharia Econômica: Uma Abordagem às Decisões de Investimento* - McGraw Hill do Brasil - 1982
- Arida, Pérsio et. All.** - *Inflação Zero* - Paz e Terra Ed.
- Carvalho, Carlos Eduardo** - *Mercado Financeiro* - Ed. Global
- Oliveira Neto, João Carlos de** - *Salário, Preço e Inflação* - Ed. Global
- Securato, José Roberto** – *Decisões Financeiras em Condições de Risco* – Ed. Atlas – 1996
- Kassai, José Roberto et all.** – *Retorno de Investimento* – 2ª Ed. - Ed. Atlas - 2000

"... Assim, Robinson Crusóé sacrificou parte de consumo em prol de fazer uma poupança. Desta forma, estaria garantindo o seu consumo de amanhã. Ao sacrificar, então, parte de sua poupança em prol de investimentos, estava garantindo seu consumo para depois de amanhã..."

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

Seria possível existirem Contadores sem a existência de Empresas?

Por que razão o homem criou as empresas?

A resposta a essa pergunta pode ser encontrada na história de Robinson Crusóé, normalmente, citada nos livros de ensinamentos básicos de economia, mostra-nos a essência consumista do ser humano¹. Em seus primeiros dias, na condição de náufrago em uma ilha deserta, todo seu tempo era destinado basicamente para obtenção de alimentos para seu consumo. Provavelmente, alimentava-se de peixes apanhados com suas próprias mãos.

Ao querer mudar essa rotina, sacrificou parte desse tempo, e também de sua própria alimentação, para desenvolver um mecanismo mais sofisticado para a sua pescaria, talvez uma lança ou uma rede de pesca. A partir de então, obtinha recursos excedentes aos que necessitava para seu consumo imediato, gerando assim uma reserva que caracterizamos como uma poupança, ou seja, uma garantia para o consumo do dia de amanhã. Em sua nova rotina, sobrava-lhe tempo para se dedicar ao lazer.

Foi quando se deu conta da necessidade de uma moradia e sacrificando parte do tempo destinado a seu lazer, construiu uma cabana que lhe satisfazia não apenas o dia de amanhã, mas também para os dias depois de amanhã. Caracterizamos, assim, o conceito de investimentos, ou seja, uma garantia do consumo para o depois de amanhã. **Investimento**, pois, *representa um potencial de consumos presentes e futuros*.



Se essa história fosse verídica e seus personagens se restringissem a nosso amigo náufrago, ou mesmo na companhia do amigo índio chamado Sexta-Feira, ou até mesmo de uma pequena família, e se desprezásemos também a natureza ambiciosa do ser humano, provavelmente o enredo dessa história tivesse sempre um final feliz, com recursos naturais em abundância. Entretanto, como podemos observar em nossa sociedade, os recursos naturais são escassos e a humanidade tem que labutar arduamente para satisfazer a suas necessidades, ou seja, para garantir seu consumo.²

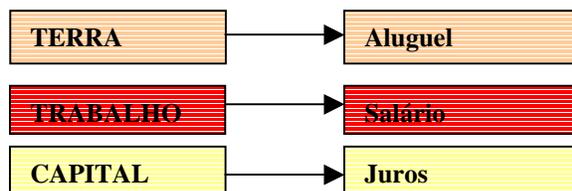
¹ E, se observarmos que esse consumo não se restringe apenas a suas necessidades físicas, como alimentação, moradia e vestuário, mas também aos bens e serviços que atendam a suas outras necessidades de natureza psíquica, intelectual e moral (lazer, harmonia, conhecimento, amor...), poderemos concordar com a afirmação de que *o ser humano nasceu para consumir*.

² Os economistas destacam a lei da escassez como a mais severa das leis milenares, como uma condenação bíblica que acompanha o homem desde a formação do mundo até às modernas e poderosas sociedades contemporâneas. O único bem de consumo excluído dessa realidade seria o ar que respiramos.

Aos olhos dos tratados que versam sobre Economia, esses **recursos** que *satisfazem às necessidades da humanidade* são também chamados de **fatores de produção** e podem ser representados por:

- **TERRA** – são os recursos oriundos da terra, ou a própria terra, como, por exemplo: imóveis, matéria-prima, insumos, etc.
- **TRABALHO** – é representado pelo potencial de mão-de-obra de geração de serviços não apenas de forma quantitativa, ou de horas trabalhadas, mas também de forma qualitativa, como criatividade, disponibilidade, idéias.
- **CAPITAL** – é representado principalmente pelos recursos financeiros (dinheiro) necessários para custear o consumo ou novos investimentos. O conceito de capital é tão abrangente que aqui incluímos também a tecnologia e a capacidade empresarial.

Esses fatores de produção, por sua vez, quando utilizados ou aplicados em determinado *empreendimento* são passíveis de **remuneração**. O proprietário de um imóvel (fator terra) pode ceder temporariamente o uso desse bem em troca de uma remuneração chamada *aluguel*; as pessoas podem ceder temporariamente o uso de seu potencial de mão-de-obra (fator trabalho) em troca de uma remuneração chamada *salário*; os proprietários de dinheiro (fator capital) podem ceder temporariamente o uso desse recurso às instituições financeiras ou até mesmo a um amigo e receber em troca uma remuneração chamada *juro*, como ilustrado abaixo:

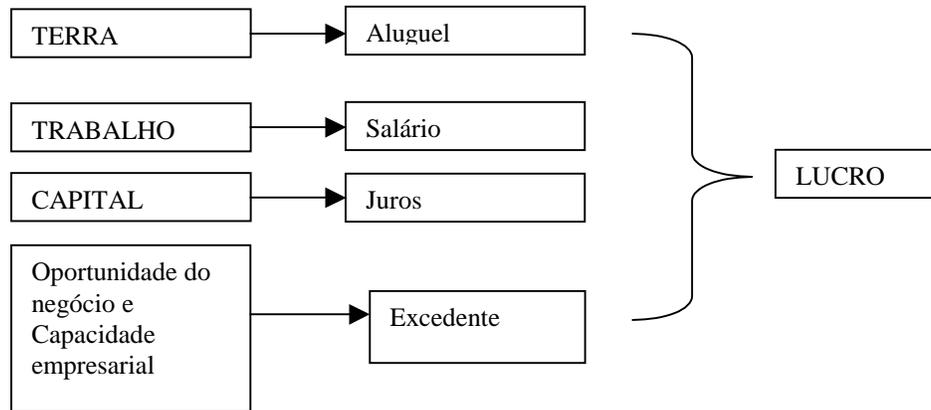


Assim, as pessoas procuram acumular fatores de produção e aplica-los de forma a serem remunerados adequadamente, quer sejam sob a forma de salários, de rendas de alugueis quer de juros, visando assim *suprir suas necessidades de consumo*.

Enquanto a maior parte das pessoas busca remunerar individualmente seus fatores de produção, uma classe reduzida de pessoas age de forma diferente. Em vez de viverem sob a “segurança” de um salário todo o final de mês, ou de outros rendimentos isolados, vestem a camisa de *empreendedores* e abrem uma **EMPRESA**.

E o que diferencia a maior parte de nós da figura de um empreendedor? Será que todos nós temos potencial para sermos empreendedores de sucesso?

O nosso objetivo neste curso não é abordar as características pessoais do empreendedor, mas sua visão dos fatores de produção e respectiva remuneração. Um empreendedor consegue antecipar-se às oportunidades de mercado, junta seus recursos disponíveis e monta um negócio ou empresa. Passa a almejar, a partir de então, não apenas a remuneração individual e isolada de cada um dos recursos aplicados, mas também um ganho excedente, ou um valor agregado, que podemos sintetizar na palavra **lucro**, conforme ilustrado abaixo:



E, obviamente, o montante desse lucro é superior (ou deveria ser) ao montante das remunerações individuais de cada recurso ou fator de produção envolvido; se não o fosse, não se justificaria o investimento. Obtém-se, assim, um valor excedente que deverá compensar os riscos e preocupações inerentes à atividade empresarial.

Muito se tem trabalhado na conceituação de lucro, desde o enfoque quantitativo e monetário até os aspectos qualitativos e de difícil mensuração, como, por exemplo, as questões relacionadas com a satisfação pessoal, potencial de mercado, *know-how*.

Não é objetivo deste curso discutir os aspectos sociais envolvidos com a figura do lucro, se o montante é justo ou não sob o prisma da sociedade, nem mesmo as questões relacionadas com a distribuição de rendas, mas o aspecto do lucro como remuneração dos investimentos.

Acreditamos que os investimentos devam ser remunerados adequadamente, não apenas para a satisfação dos proprietários de capital, mas, principalmente, para garantir a continuidade dos negócios da empresa. E elegemos a figura do lucro como fator preponderante nessa questão.

I.1 – PROBLEMA CENTRAL DA ENGENHARIA ECONÔMICA

Sendo os recursos de uma economia em desenvolvimento escassos, a decisão “*do que produzir*”, “*como produzir*”, “*quanto produzir*” e “*onde produzir*” tem de ser tomada em bases racionais.

Torna-se imperioso, portanto, a compreensão e a correta aplicação dos métodos de **análise de alternativas econômicas** para alocação desses escassos recursos disponíveis. O conjunto destes métodos necessários às tomadas de decisões constitui o que na área financeira se chama Engenharia Econômica.

DEFINIÇÃO: “É o conjunto de conhecimentos necessários à tomada de decisão sobre [investimentos](#)”

O PROBLEMA CENTRAL DA ENGENHARIA ECONÔMICA

Um estudo de engenharia econômica envolve:

- a . um problema a resolver ou uma função a executar. *Por exemplo, transportar um material*
- b . diversas soluções possíveis. *Por exemplo: transporte manual, em carrinhos, em empilhadeiras ou mediante rolos ou correias transportadoras*
- c . avaliação de cada alternativa, determinação das vantagens e desvantagens. *Por exemplo, custo eficiência, volume transportado, etc.)*
- d . comparação e escolha da melhor alternativa.

COMENTÁRIO

- a . Embora a definição do problema seja uma fase importante do estudo, ela dispensa maiores comentários.
- b. 1- É evidente que só existe decisão se existirem alternativas de ação. Quanto maior o número de alternativas consideradas, tanto melhor tende a ser a decisão. Não basta apenas relacionar as linhas de ação; é necessário que sejam tecnicamente viáveis, isto é, possuam soluções efetivas ao problema. Aqui nesta fase o conhecimento técnico é importante.

2 - Às vezes uma alternativa imperfeita pode vir a ser mais econômica. No limite, pode-se mesmo adotar a alternativa de “não fazer nada” como a melhor opção. O importante é que a escolha não seja arbitrária, mas decorrente de um estudo cuidadoso e obedecendo critérios racionais. A movimentação de materiais por correias transportadoras, por exemplo, é sem dúvida uma solução mais perfeita que o transporte manual. Entretanto, este poderá ser o mais indicado quando o volume a ser transportado for pequeno, ou mesmo para grandes volumes, desde que haja excesso de mão de obra e os salários dos trabalhadores não qualificados sejam baixos. Deve-se levar em conta a experiência de outras empresas ou países como um guia seguro as tomadas de decisões. Só o estudo econômico justificará a solução.
- c. É necessário um levantamento identificador e quantificador das vantagens e desvantagens futuras das alternativas. Observe-se que só interessam as diferenças entre as alternativas.
- d. Devemos estabelecer métodos de comparação e critérios de decisão que permitam representar cada alternativa por um número e que indiquem a solução mais econômica.

A **Matemática Financeira** estudando a evolução no tempo do capital, empregando para isso raciocínios, métodos e conceitos matemáticos, oferece as bases para a solução deste problema central.

É com esse espírito que desenvolveremos o nosso curso, visando sempre a sua utilização nas outras áreas das finanças.

Ao longo do processo de desenvolvimento das sociedades, o problema de satisfazer às necessidades foi solucionado através da especialização e através de troca de um bem por outro. Mais tarde, surgiu um bem intermediário para este processo de trocas que é a **MOEDA**.

MOEDA = É uma *mercadoria padrão* para trocas e comparação de valores dos bens. Todo mundo aceita esta mercadoria nas transações financeiras.

PREÇO = É a medida do valor das utilidades (bens ou serviços) e expresso em moeda.

RIQUEZA = Acúmulo de valor por meio de moeda

ESCASSEZ = É a limitação da oferta de bens ou serviços necessários à satisfação das pessoas.

Os bens podem ser consumidos ou guardados para consumo futuro. Sendo consumido, o bem desaparece. Sendo acumulado, o estoque de bens pode servir para gerar novos bens e/ou riquezas através do processo produtivo.

I.2 ANÁLISE MATEMÁTICA versus ANÁLISE CONTÁBIL

Há dois momentos distintos que envolvem as decisões de investimentos: **antes** e **depois**.

Engenharia Econômica
(Matemática Financeira)

Contabilidade



A análise do retorno de investimento do empreendimento ocorre, inicialmente, na análise de viabilidade econômica de determinado projeto (equipe de Engenharia Econômica) e, posteriormente, por meio dos relatórios contábeis (equipe de Contadores).

As técnicas de análise de viabilidade econômica de projetos utilizam-se de instrumentos e conceitos oriundos da matemática, especificamente de matemática financeira e, graças a esses recursos, pode-se analisar determinado projeto a priori, mesmo antes de sua implementação. Isto deve ser feito na aquisição de uma nova máquina, na substituição de equipamentos, no lançamento de um novo produto e na expansão de mercado, quer na análise de um projeto global, como a construção de uma nova fábrica.

Uma vez tomada a decisão de investir em determinado projeto, é importante acompanhar o desempenho real do projeto, verificar se os níveis de retornos esperados inicialmente estão realmente se concretizando e se não há nenhum indício de

descontinuidade. Para isso, não há outra alternativa a não ser recorrermos à análise dos relatórios contábeis que, entre outros objetivos, tem a finalidade de registrar as decisões tomadas por meio da contabilização das transações econômicas e refletir seus respectivos efeitos no patrimônio da empresa. Pela análise dos relatórios contábeis, procuramos verificar se os resultados apurados pela empresa são compatíveis com os retornos desejados por ocasião das decisões de investimentos.

A princípio pode-se pensar que estabelecer comparações dos índices obtidos na análise “matemática” do projeto com os relatórios “contábeis” seja uma tarefa difícil ou impraticável, devido à incompatibilidade dos critérios utilizados.

Entretanto, esse é justamente nosso objetivo. Identificar os prós e os contras de cada uma das áreas e propor medidas que possibilitem a análise das decisões de investimentos antes, durante e depois.

Em relação ao estágio e progresso atual da contabilidade, cumpre-nos dizer que, apesar das limitações oriundas das regras de natureza fiscal e societária, a teoria contábil está bastante evoluída.

Na abordagem contábil do retorno de investimento, apresentamos uma visão geral das principais metodologias de mensuração do lucro. Desde aquela apresentada rigorosamente de acordo com a legislação, até as mais avançadas, como: correção monetária integral, balanços convertidos em moeda estrangeiras (FAS 52), custo corrente, custo corrente corrigido modelo GECON e outros.

CAPÍTULO II - JUROS

II.1 - INTRODUÇÃO

CAPITAL = Qualquer valor expresso em moeda e disponível em determinada época.

II.2 - DIAGRAMA DE FLUXO DE CAIXA

É bom lembrar que o dinheiro tem um valor diferente a cada momento. Por isso, costuma-se adotar uma representação, chamada FLUXO DE CAIXA, para mostrar as receitas e as despesas ocorridas em instantes de tempo diferentes.

Esta representação é dada de forma analítica ou gráfica

EXEMPLO: Imaginemos investir, no instante inicial zero, R\$ 5.000,00; no instante 1 e 2 receber, respectivamente, R\$ 2.000,00 e R\$ 4.000,00; no instante 3 investir R\$ 1.000,00 e, no instante 4, receber R\$ 9.000,00. O Fluxo de Caixa analítico representativo das constituições monetárias poderia ser assim:

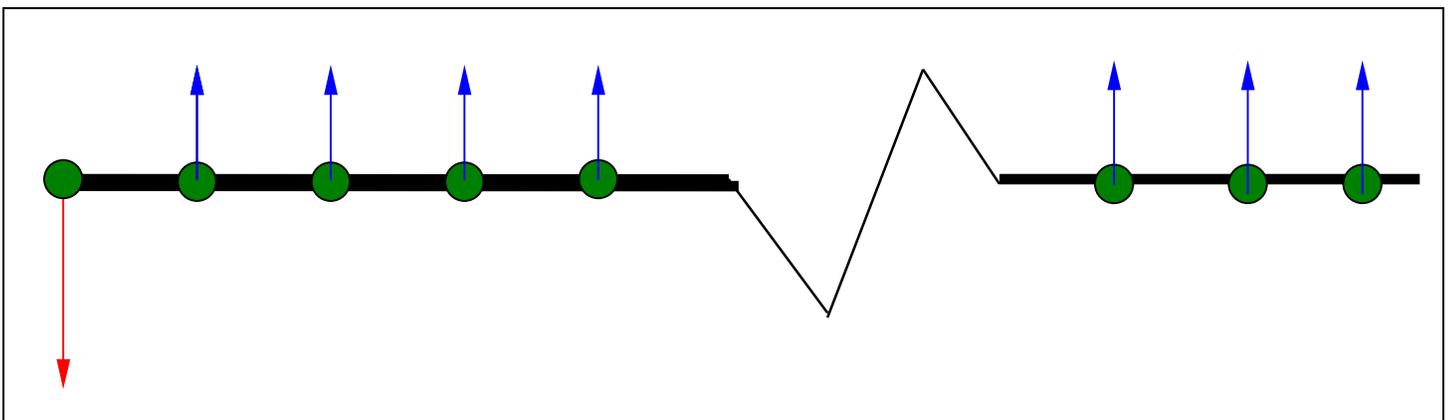
Instantes	Entradas	Saídas
0		5.000,00
1	2.000,00	
2	4.000,00	
3		1.000,00
4	9.000,00	

Se convencionássemos que as entradas de dinheiro são positivas e as saídas negativas, poderíamos representar analiticamente o mesmo Fluxo de Caixa da seguinte maneira:

Instantes	Entradas (+) e Saídas (-)
0	-5.000,00
1	+2.000,00
2	+4.000,00
3	-1.000,00
4	+9.000,00

O Fluxo de Caixa pode ser também representado graficamente por um diagrama como mostrado na figura a seguir:

diagrama do fluxo de caixa.



Escala Horizontal: representa o **tempo** (meses, semestres, anos, etc.)

Entradas de caixa ou Receitas:



Saídas de caixa ou despesas :

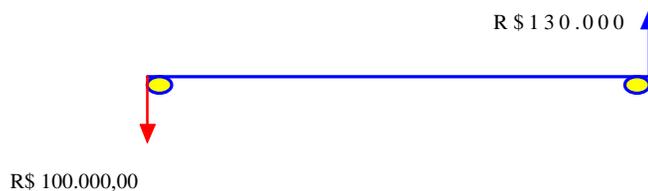


OBS:- Investimento é feito no instante **0**.

As **receitas (ou despesas)** são tratadas no fim do período considerado.³

IMPORTANTE: Para efeito de decisões, não nos interessa como as receitas ou despesas são contabilizadas.

EXEMPLO: Fazer o diagrama de fluxo de caixa de uma aplicação de R\$ 100.000,00 no RDB, em resgate de R\$ 130.000,00 no final de 30 dias.



³ As entradas e saídas de caixa devem ter sinais opostos.

II.3 – FATORES QUE DETERMINAM A EXISTÊNCIA DOS JUROS

DEFINIÇÃO DE JUROS - “É o dinheiro pago pelo uso do dinheiro emprestado ou como remuneração do capital empregado em atividades produtivas”

FATORES QUE DETERMINAM A EXISTÊNCIA DOS JUROS

- **INFLAÇÃO** (desgaste da moeda) - diminuição do poder aquisitivo da moeda exige que o investimento produza retorno maior que o capital investido.
- **UTILIDADE** - investir significa deixar de consumir hoje para consumir amanhã, o que só é atraente quando o capital recebe remuneração adequada, isto é, havendo preferência temporal para consumir, as pessoas querem uma recompensa pela abstinência do consumo. O prêmio para que não haja consumo é o Juro
- **RISCO** - existe sempre a possibilidade do investimento não corresponder às expectativas. Isso se deve ao fato de o devedor não poder pagar o débito, o tempo de empréstimo (as operações de curto prazo são menos arriscadas) e o volume do capital emprestado. Pode-se associar ao acréscimo na taxa pelo maior risco, como sendo um seguro que o ofertante de fundos cobra para assumi-los
- **OPORTUNIDADE** - os recursos disponíveis para investir são limitados, motivo pelo qual ao se aceitar determinado projeto perde-se oportunidades de ganhos em outros; e é preciso que o primeiro ofereça retorno satisfatório.

Para o *investidor* o juro é a remuneração do investimento.

Para o *tomador* o juro é o custo do capital obtido por empréstimo.

Chama-se *taxa de juros* a razão entre *os juros J* que serão cobrados no fim do período *o capital VP* inicialmente empregado. Assim,

$$i = \frac{J}{VP}$$

EXEMPLO

dívida R\$ 1.500,0
 juros anuais R\$ 150,00
 taxa de juros... $i_{a,a} = (R\$ 150,00 / R\$ 1.500,00) = 0,1$ ou
 10/100 ou 10%

As taxas podem ser *mensais, anuais, trimestrais, semestrais, etc.*

II.4 - JUROS SIMPLES E JUROS COMPOSTOS

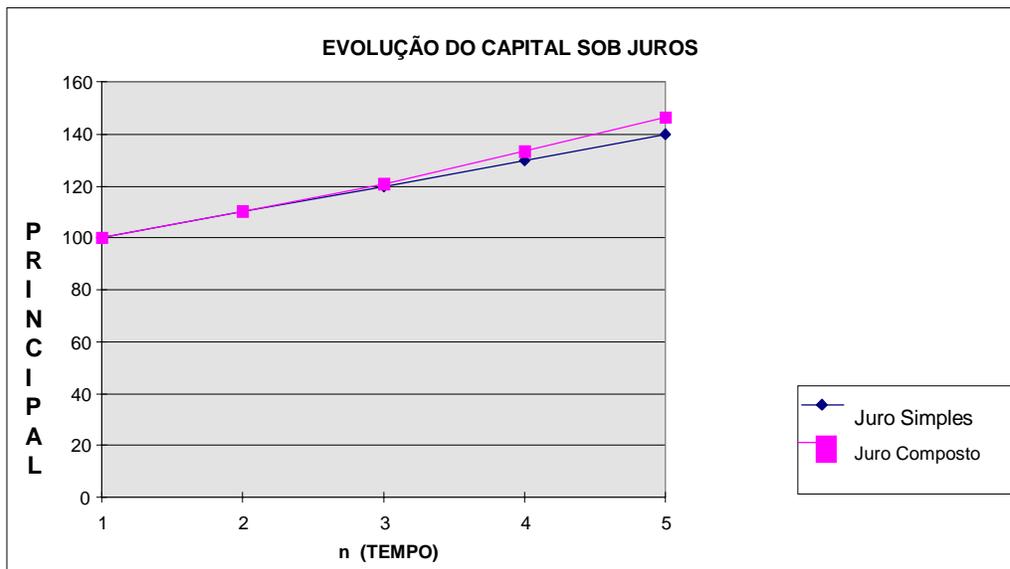
O capital inicialmente empregado, denominado *principal* pode crescer devido aos juros segundo duas modalidades:

- **JUROS SIMPLES** : só o principal rende juros, ao longo da vida do investimento.
- **JUROS COMPOSTOS**: após cada período, os juros são incorporados ao capital e passam, por sua vez, a render juros. O período de tempo considerado é, então, denominado período de capitalização.
- **JUROS CONTÍNUOS**:

EXEMPLO

Considere R\$100,00 empregados a 10% ao ano.

Principal	Juros Simples	Juros Compostos
	100,00	100,00
após 1 ano	$100 + 0,10 \times 100 = 110$	$100 + 0,10 \times 100 = 110$
após 2 anos	$110 + 0,10 \times 100 = 120$	$110 + 0,10 \times 110 = 121$
após 3 anos	$120 + 0,10 \times 100 = 130$	$121 + 0,10 \times 121 = 133,1$
após 4 anos	$130 + 0,10 \times 100 = 140$	$133,1 + 0,10 \times 133,1 = 146,41$



OBSERVAÇÕES

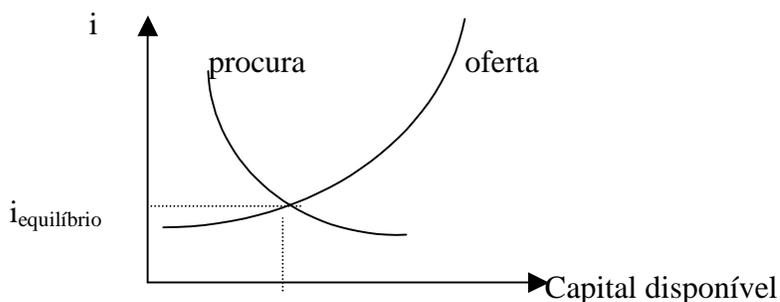
- I. O uso de juros simples não se justifica em estudos econômicos no Brasil. As empresas, órgãos governamentais e investidores particulares, costumam reinvestir as quantias geradas pelos fluxos de fundo:
 - juros, no caso de empréstimos.
 - lucros e depreciações, nas demais situações.
 Na prática emprega-se o JURO COMPOSTO.

- II. A metodologia da análise de investimento baseia-se em juros compostos para estabelecer padrões de comparação; os casos em que não há reinvestimento podem ser tratados como reinvestimento à taxa nula e analisados pelos mesmos princípios.

A *inexistência* de informações perfeitas entre tomadores e investidores de fundos, no mercado de capitais, faz surgir um **intervalo de variação para a taxa de juros**, ao invés de um valor único de equilíbrio. Além disso, as operações financeiras têm um CUSTO de efetivação referente aos contratos e à intermediação dos agentes envolvidos. Tais custos são, geralmente, as comissões (spread), IOF, avais, etc..

OFERTA DE FUNDOS = Nível de riqueza das pessoas, suas preferências temporais e o valor da taxa de juros

PROCURA DE FUNDOS = Rentabilidade das aplicações existentes na economia e a preferência temporal das pessoas.



II.5 - EQUIVALÊNCIA

A característica particular dos problemas de engenharia econômica decorre do fato de as alternativas de investimentos envolverem entradas e saídas de caixas diferentes, em instantes de tempo diferentes.

EXEMPLO

Alugar ou comprar um apartamento ?

Alternativa A:- alugar apartamento de sala e dois quartos por R\$ 500,00/mês

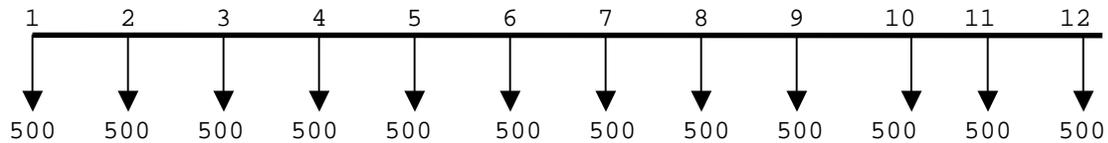
Alternativa B:- comprar apartamento equivalente por R\$ 45.0000,00 à vista

Alternativa C: Comprar apartamento equivalente por R\$ 20.000,00 à vista e R\$ 30.000,00 após 12 meses.

SOLUÇÃO

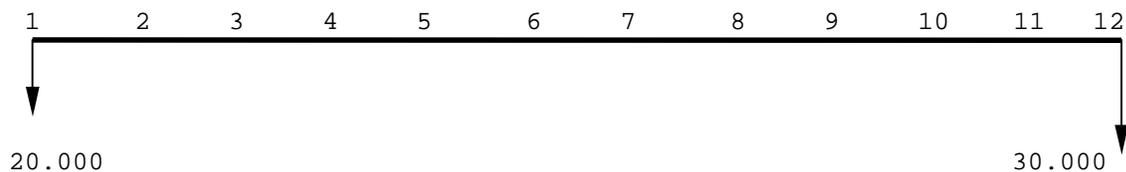
Os diagramas de fluxo de caixa correspondentes são:

ALTERNATIVA **A**



ALTERNATIVA B

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12



A solução mais econômica será a de **menor custo**, mas como comparar fluxos de caixa tão diferentes para se achar o menor custo?

Só podemos comparar duas grandezas após se ter definido uma medida de equivalência.

PONTO DE VISTA DO INVESTIDOR

“Dois fluxos de caixa são EQUIVALENTES quando se é **indiferente** entre escolher um ou outro”

Suponha que se peça a um investidor para responder SIM ou NÃO às seguintes afirmações:

- ◆ prefiro receber 100 hoje a 101 daqui a um mês
- ◆ prefiro receber 100 hoje a 102 daqui a um mês
- ◆ prefiro receber 100 hoje a 103 daqui a um mês
- ◆ prefiro receber 100 hoje a 104 daqui a um mês
- ◆ prefiro receber 100 hoje a 105 daqui a um mês

Imagine-se que o investidor responde SIM às três primeiras perguntas e NÃO às seguintes.⁴

Pode-se então repetir o processo, com perguntas do tipo “100 hoje ou 103,1 daqui a um mês? 103,3?...103,9?”

Em determinado instante o investidor não poderá mais escolher. As alternativas serão **indiferentes** e estará definida a **medida de equivalência**.

Se a dúvida surgir na pergunta “100 hoje ou 103,5 daqui a um mês”, diz-se que para ele a quantia de R\$ 100,00 hoje é equivalente a R\$ 103,50 daqui a um mês. Daí decorre que remunerações abaixo de 3,5% não serão aceitas pelo investidor e que a taxa de juros a ser empregada nos estudos de engenharia econômica que fizer deve ser 3,5% ao mês.

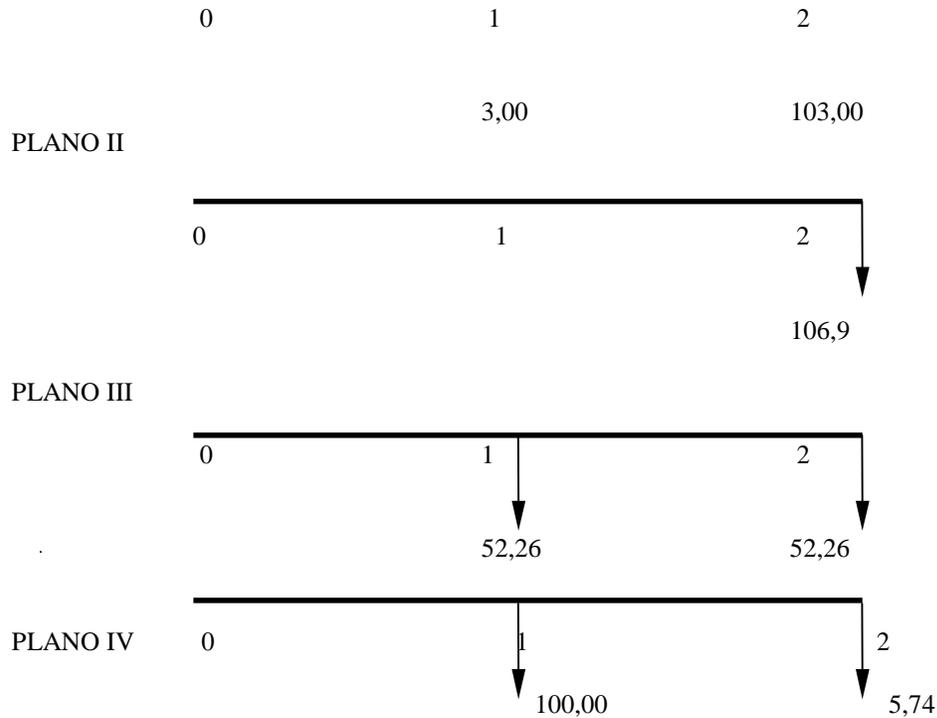
PONTO DE VISTA DO BANQUEIRO

Considere-se um banqueiro que empresta dinheiro a 3% ao mês. Nestas condições um empréstimo de R\$ 100,00, por exemplo, pode ser pago, em dois meses segundo um dos planos:

PLANO I



⁴ As razões para isto podem ser variadas, como, por exemplo, risco, incertezas, etc.



	Fim do mês	Juros no período	Débito antes do pagamento	Valor do pagamento	Débito após o pagamento
Plano I	0		100,00	0	100,00
	1	3,00	103,00	3,00	100,00
	2	3,00	103,00	103	0
Plano II	0		100,00	0	103,00
	1	3,00	103,00	0	0
	2	3,09	106,09	106,09	0
Plano III	0		100,00	0	100,00
	1	3,00	103,00	52,261	50,739
	2	1,522	52,261	52,261	0
Plano IV	0		100,00	5,74	94,26
	1	2,83	97,09	0	97,09
	2	2,91	100,00	100,00	0

Pontos Comuns: Apesar de envolverem pagamentos de magnitudes diferentes em tempos diferentes possuem os seguintes pontos em comum:

- juros de 3% a . m.
- débito igual ZERO no fim do 2º. Mês.

CONCLUSÃO:- Os planos são equivalentes!!!! R\$100,00 hoje e 3% a . m.

II.6 - VALOR ATUAL

Chama-se **VALOR ATUAL (VP)** de um fluxo de caixa, a uma dada taxa de juros, como a **quantia hoje equivalente** ao fluxo em questão.

Dois fluxos de caixa são equivalentes se tiverem o mesmo valor atual.

EXEMPLO:- No exemplo anterior, o valor ATUAL dos planos, a 3% a . m., é R\$ 100,00

Note-se que a noção de equivalência está intimamente relacionada à taxa de juros. No caso do investidor, o estabelecimento da equivalência (indiferença) define imediatamente a taxa de juros que ele considera aceitável - 3,5% ao mês.

No exemplo do banqueiro, a fixação da taxa de 3% ao mês permite especificar as diversas modalidades de pagamentos. Observe-se que os planos apresentados deixariam de ser equivalentes se a taxa de juros fosse alterada. A taxa de 10% ao mês, a evolução do débito no plano I seria:

Fim do Período	Juros correspondentes período	Débito antes do pagamento	Valor do pagamento	Débito após o pagamento
R\$0,00		R\$100,00	R\$0,00	R\$100,00
R\$1,00	R\$10,00	R\$110,00	R\$3,00	R\$107,00
R\$2,00	R\$10,70	R\$117,70	R\$104,00	R\$14,70

O plano I não é equivalente a R\$ 100,00 hoje, a juros de 10% porque não paga exatamente o empréstimo. Em outras palavras, o valor atual do plano I a 10% ao mês não é mais R\$ 100,00.

Da existência de juros e da noção de equivalência decorre o que se pode chamar “*valor-tempo do dinheiro*”, ou seja, a noção de que quando se lida com quantias monetárias não interessa apenas o valor numérico, mas também o **instante** em que tais quantias serão pagas ou recebidas. Tanto no caso do investidor como no caso do banqueiro, o fator tempo influi decisivamente na determinação da equivalência entre os fluxos de caixa considerados.

CAPÍTULO III

JUROS SIMPLES

A comparação de fluxos de caixa exige quase sempre sua transformação em outros *equivalentes*. Torna-se conveniente, portanto, o estabelecimento de *fórmulas* e *fatores de conversão* aplicáveis aos fluxos de caixa comumente encontrados.

Inicialmente vamos tratar o regime de capitalização simples

III.1 – VALOR PRESENTE E VALOR FUTURO

Seja **J** o juro, **VF** o VALOR FUTURO (montante ou total a ser recebido), **i** a taxa de juros⁵ e **n** o número de períodos.⁶

FÓRMULAS:

$$J = VP \cdot i \cdot n$$

$$VF = VP + J$$

$$VF = VP(1 + i n)$$

EXERCÍCIOS

1. Que montante receberá um investidor que tenha aplicado R\$ 280,00 durante 15 meses, à taxa de 3% ao mês?

SOLUÇÃO

O problema pede o valor resgatado (montante) e não os juros. Para isso basta adicionar os juros ao capital inicial. Assim, temos:

VP = R\$ 280,00.....capital inicial ou principal

n = 15 meses

i = 3% a . m. = 0,03 a . m.

Lembrando que $VF = VP(1 + i n)$ vem:

$VF = 280,00 (1 + 0,03 \cdot 15) = 280,00 \cdot 1,45 = 406,00$, isto é,

VF = R\$ 406,00

Solução deste problema também pode ser obtida do seguinte modo:

$$J = 280,00 \cdot 0,03 \cdot 15 = 126,00$$

como $VF = VP + J = 280,00 + 126,00 = 406,00$ ou seja

$$VF = R\$ 406,00$$

Com a CALCULADORA FINANCEIRA HP 12C, temos:

```
f FIN f 2
280 CHS PV
3 ENTER 12 x i
15 ENTER 30 x n
f TMR
```

...limpa os dados dos registros financeiros e estabelece o número de casas decimais
 ...muda o valor atual para negativo e armazena em PV
 ...Devemos entrar com a taxa em percentual **ao ano** (3% x 12)
 ...Devemos entrar com o tempo **em dias** (15 x 30)
 Com este comando a calculadora apresentará no visor o

	A	B	C	D	E	F	G
1				Juros Simples			
2	Principal	taxa	períodos	Montante	Juros		
3	500	0,05	3	=A3*(1+B3*C3)	=A3*B3*E2		
4		0,1		=A4*(1+B4*C4)	=A4*B4*E3		
5		0,15		=A5*(1+B5*C5)	=A5*B5*E4		
6		0,12		=A6*(1+B6*C6)	=A6*B6*E5		
7		0,08		=A7*(1+B7*C7)	=A7*B7*E6		
8				=A8*(1+B8*C8)	=A8*B8*E7		
9				=A9*(1+B9*C9)	=A9*B9*E8		
10				=A10*(1+B10*C10)	=A10*B10*E9		
11				=A11*(1+B11*C11)	=A11*B11*E10		
12							
13							
14							
15							
16							
17							

2. Qual o capital inicial para se ter um montante de R\$ 148.000,00 daqui a 18 meses, a uma taxa de 48% ao ano, no regime de juro simples?

Solução

$$M = 148.000,00$$

$$VP = ?$$

$$n = 18 \text{ meses}$$

$$i = 48\% \text{ a . a .} = 4\% \text{ a . m.}$$

$$VF = VP + J = VP(1 + in)$$

$$VP = \frac{VF}{1 + in} = \frac{148000}{1 + 0,04 \cdot 18} = \frac{148000}{1 + 0,72} = \frac{148000}{1,72} = 86.047,0$$

3. Uma pessoa consegue um empréstimo de R\$ 86.400,00 e promete pagar ao credor, após 10 meses, a quantia de R\$ 116.640,00. Determine a taxa de juro anual cobrada?

Solução

$$VP = 86.400,00$$

$$VF = 116.000,00$$

$$i = ?$$

$$n = 10 \text{ meses}$$

$$VF = VP (1 + in) \Rightarrow 116.640,00 = 86.400,00(1 + i \cdot 10)$$

$$\frac{116.640}{86400} = 1 + 10i \Rightarrow 1,35 = 1 + 10 \cdot i \Rightarrow i = 0,035 \text{ a . m.} = 3,5\% \text{ a . m.}$$

equivalente a $12 \times 3,5 = 42\% \text{ a . a .}$

4. Por quanto tempo deve ser aplicado o capital de R\$ 800.000,00, à taxa de juro de 16% ao ano, para obtermos um montante de R\$ 832.000,00?

SOLUÇÃO

$$n = ?$$

$$VP = 800.000,00$$

$$i = 16\% \text{ a . a .} = 0,16 \text{ a . a .}$$

$$VF = 832.000,00$$

$$VF = VP (1 + in) \Rightarrow 832.000,00 = 800.000 (1 + 0,16n)$$

$$1,04 = 1 + 0,16n$$

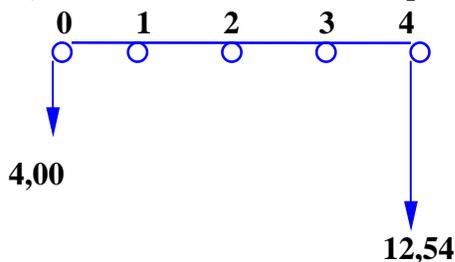
$$n = (0,04/0,16) = (1 / 4) \text{ ano} = 12 \text{ meses} / 4 = 3 \text{ meses}$$

5. Uma loja vende toca-fitas por R\$ 15,00 à vista. A prazo, vende por R\$ 16,54, sendo R\$ 4,00 de entrada e o restante após 4 meses. Qual é a taxa de juro mensal cobrada?

SOLUÇÃO

$$VP = 15,00 \text{ à vista}$$

R\$ 16,54 é o seu valor a prazo que deve ser pago da seguinte maneira:



Como R\$ 4,00 é desembolsado na entrada \Rightarrow o que vai ser financiado é R\$ 11,00 para ser pago R\$ 12,54 daí 4 meses. Então,

$$VF = VP (1 + in) \Rightarrow 12,54 = 11 (1 + i4) \Rightarrow$$

$$\frac{12,54}{11,00} - 1 = 4i \Rightarrow i = 0,035 \text{ ou } 3,5\% \text{ a . m.}$$
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Calcule o montante de uma [aplicação](#) de R\$ 50.000,00, à taxa de 2,5% ao mês, durante 2 anos .
[Resp:- R\\$ 80.000,00](#)
2. Uma pessoa aplicou R\$ 90.000,00 no [mercado financeiro](#) e, após 5 anos, recebeu o montante de R\$ 180.000,00. Qual foi a taxa anual? [Resp: 20%](#)
3. Um capital foi aplicado à taxa de 45% ao ano em 12/02/90. Em 03/05/90 foi efetuado o resgate no valor de R\$ 107,80. Qual o valor do capital inicial? [Resp:- R\\$ 98,00](#)
4. Um investidor aplicou R\$ 200.000,00 no dia 06/01/90, à taxa de 27% ao ano. Em que data esse capital elevar-se-á a R\$ 219.500,0? [Resp:-16/05/90](#)
5. Um negociante obteve R\$ 441.000,00 de empréstimo, à taxa de 21% ao ano. Alguns meses depois tendo encontrado quem lhe oferecesse a mesma importância a 18% ao ano, assumiu o compromisso com essa pessoa e, na mesma data, liquidou a dívida com a primeira. Um ano depois de realizado o primeiro empréstimo, saldou o débito e verificou que pagou ao todo R\$ 82.688,00 de juro. Calcule o prazo do primeiro empréstimo? [Resp:- 3 meses](#)

III.1.1 - TAXAS PROPORCIONAIS

Duas taxas são **proporcionais** quando os seus valores formam uma proporção direta com os tempos a elas referidos, reduzidos à mesma unidade.

Seja i a taxa de juro relativa a um período e i_k a taxa proporcional que queremos determinar, relativa à fração $1/k$ do período, temos:

$$\frac{i_k}{i} = \frac{\frac{1}{k}}{1} = \frac{1}{k} \quad \therefore \quad \boxed{i_k = \frac{i}{k}}$$

EXEMPLO: Calcule a taxa *mensal* proporcional a 30% ao ano

SOLUÇÃO

Lembrando que 1 ano = 12 meses, temos:

$$i_{12} = 30/12 = 2,5 \text{ isto é } 2,5\% \text{ a . m.}$$

EXERCÍCIO : Calcule a taxa mensal proporcional a 0,08% ao dia. **Resp:- 2,4% a . m.**

III.1.2 - TAXAS EQUIVALENTES

Duas taxas são **equivalentes** quando, aplicadas a um mesmo capital, durante o mesmo período, produzem o mesmo juro.

EXEMPLO: Calcular o juro produzido pelo capital de R\$ 20.000,00

- à taxa de 4% ao mês, durante 6 meses
- à taxa de 12% ao trimestre, durante 2 trimestres

SOLUÇÃO

No primeiro caso, temos $J = 20.000,00 \times 0,04 \times 6 = 4.800,00$

No segundo caso, temos $J = 20.000,00 \times 0,12 \times 2 = 4.800,00$

Como os juros são iguais, podemos dizer que 4% a . m. e 12% a . t., são **taxas equivalentes**

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Transformar 2 anos, 3 meses e 12 dias em:
a. anos b. meses c. dias Resp:- 2,28 anos; 27,4 meses; 832 dias
2. Qual a taxa anual proporcional a 1,4% ao mês? Resp:- 16,8% a . a .
3. Calcular os juros de um investimento de R\$ 2.500,00, à taxa de 3% ao mês, pelo prazo de 1 ano, 4 meses e 10 dias. Resp:- R\$ 1.225,00
4. Um investimento de R\$ 2.800,00 rendeu em 1 ano, 5 meses e 3 dias a importância de R\$ 2.872,80. Calcular a taxa mensal dessa rentabilidade. Resp:- 6% a . m.
5. Que quantia deve-se investir à taxa de 3% a . m., para que se tenha ao final de 1 ano, 4 meses e 6 dias uma renda de R\$ 97.200,00? Resp:- R\$ 200.000,00
6. Calcular os juros e o montante de uma aplicação de R\$ 200.000,00 a 4,8% a . m., pelo prazo de 2 anos, 3 meses e 12 dias. Resp:- R\$ 263.040,00 e R\$ 463.040,00
7. Um investidor aplica $\frac{2}{5}$ de seu capital a 3,5% a . m. e o restante a 24% ao semestre. Decorridos 2 anos, 3 meses e 15 dias, recebe um total de R\$ 313.500,00 de juros. Calcular o seu capital. Resp:- R\$ 300.000,00
8. Um investidor aplicou R\$ 120.000,00 a 42% a . a . .. Decorrido um certo tempo, a taxa foi diminuída para 3% ao mês. Calcular o prazo em que vigorou a taxa de 3% ao mês, sabendo que em 7 meses os juros totalizaram R\$ 27.000,00. Resp:- 4 meses
9. Duas aplicações, uma à taxa de 4,8% ao mês e a outra a 3,6 ao mês, renderam, em 1 ano e 3 meses, R\$ 99.000,00 de juros. Calcular cada uma dessas aplicações, sabendo que os juros da primeira excederam os da segunda em R\$ 1.800,00 Resp:- 70.000,00 e 90.000,00
10. A que taxa devemos investir para que, em 10 anos, o montante seja o dobro da aplicação inicial? Resp:- 10% a . a .

III.2 - DESCONTOS SIMPLES

Se uma pessoa deve uma quantia em dinheiro numa data futura, é normal que entregue ao credor um **título de crédito**, que é o comprovante dessa dívida.

Todo título de crédito tem uma data de vencimento; porém, o devedor pode resgatá-lo antecipadamente, obtendo com isso um abatimento denominado **desconto**.

O desconto é uma das mais comuns aplicações da regra de juro.

Os títulos de crédito mais utilizados em operações financeiras são a **nota promissória**, a **duplicata** e a **letra de câmbio**.

A **nota promissória** é um *comprovante* da **aplicação** de um capital com vencimento predeterminado. É um título muito usado entre pessoas físicas ou entre pessoa física e instituição financeira.

A **duplicata** é um título emitido por uma pessoa jurídica contra seu cliente (pessoa física ou jurídica), para o qual ela vendeu mercadorias a prazo ou prestou serviços a serem pagos no futuro, segundo um contrato.

A **letra de câmbio**, assim como a nota promissória, é um *comprovante* de uma **aplicação** de capital com vencimento predeterminado; porém, é um título ao portador, emitido **exclusivamente** por uma *instituição financeira*.

Com relação aos títulos de crédito, pode ocorrer:

- que o devedor efetue o pagamento *antes* do dia predeterminado. Neste caso, ele se beneficia com um abatimento correspondente ao juro que seria gerado por esse dinheiro durante o intervalo de tempo que falta para o vencimento;
- que o credor necessite do seu dinheiro antes da data predeterminada. Neste caso, ele pode vender o título de crédito a um terceiro e é justo que este último obtenha um lucro, correspondente ao juro do capital que adianta, no intervalo de tempo que falta para o devedor liquidar o pagamento; assim, ele paga uma quantia menor que a fixada no título de crédito.

Em ambos os casos há um benefício, definido pela diferença entre as duas quantidades. Esse benefício, obtido de comum acordo, recebe o nome de desconto.

As operações anteriormente citadas são denominadas **operações de desconto**, e o ato de efetuá-las é chamado *descontar um título*.

Além disso:

- **dia do vencimento** é o dia fixado no título para pagamento (ou recebimento) da aplicação;
- **valor nominal N** (ou valor futuro ou valor de face ou valor de resgate) é o valor indicado no título (importância a ser paga no dia do vencimento);
- **valor atual A** é o líquido pago (ou recebido) *antes* do vencimento: $A = N - d$
- **tempo** ou **prazo** é o número de dias compreendido entre o dia em que se negocia o título e o de seu vencimento, incluindo o primeiro e não o último, ou então, incluindo o último e não o primeiro.
- **DESCONTO d** é a quantia a ser abatida do valor nominal, isto é, a diferença entre o valor nominal e o valor atual, isto é: $d = N - A$.

O desconto pode ser feito considerando-se como capital o *valor nominal* ou *valor atual*. No primeiro caso, é denominado **desconto comercial**; no segundo, **desconto racional**.

III.2.1 – DESCONTO BANCÁRIO

Chamamos de **desconto comercial, bancário ou por fora** o equivalente ao juro simples produzido pelo *valor nominal* do título no período de tempo correspondente e à taxa fixada.

Sejam **d** o valor de *desconto comercial*, **N** o *valor nominal* do título, **A** o *valor atual comercial*, **n** o *tempo que falta para o vencimento* e **i** a *taxa de desconto*, então:

$$d = N \cdot i \cdot n$$

O **valor atual bancário** é dado por:

$$A = N - d = N (1 - in)$$

EXERCÍCIOS

1. Um título de R\$ 60.000,00 vai ser descontado à taxa de 2,1% ao mês. Faltando 45 dias para o vencimento do título, determine:
- o valor do desconto comercial
 - o valor atual comercial

Solução

$$N = 60.000,00 \quad i = 2,1\% \text{ a.m.} \quad n = 45 \text{ dias}$$

- $d = N i n = 60.000 \times 0,021 \times 1,5 = \text{R\$ } 1.890,00$
- $A = N - d = 60.000 - 1.890 = \text{R\$ } 58.110,00$

Na HP-12C, teríamos:

```
f fin f 2
60000 PV
2,1 ENTER 12 x CHS i
45 ENTER 360 ÷ n
FV
+ RCL PV
```

Coloca **N** em PV

Passa a taxa **i** para anos, com sinal trocado.

Passa **n** para anos

Encontra o valor atual **A** (Desconto é o contrário)

Calcula o desconto **d**

2. Uma duplicata de R\$ 6.900,00 foi resgatada antes de seu vencimento por R\$ 6.072,00. Calcule o tempo de antecipação, sabendo que a taxa de desconto comercial foi de 4% ao mês.

Solução

$$N = 6.900,00 \quad A = 6.072,00 \quad i = 4\% \text{ a.m.}$$

$$d = N - A = N i n \Rightarrow (6.900 - 6.072) = 6.900 \times 0,04 \times n$$

$$n = \frac{828}{6900 \times 0,04} = 3$$

```

f fin f 2
6900 PV
6072 CHS FV
RCL PV
RCL FV
ENTER
RCL PV ÷
ENTER
4 ÷
100 x

```

Resp: 3 meses

III.2.2 – DESCONTO RACIONAL

Chamamos de **desconto racional ou por dentro** o equivalente ao juro produzido pelo **valor atual** do título numa taxa fixada e durante o tempo correspondente.

Sejam d' o *desconto racional* e A' o *valor atual racional*, então⁷

$$d' = A \cdot i \cdot n$$

$$d' = \frac{N}{1+in} \cdot in = \frac{Nin}{1+in} = \frac{d}{1+in}$$

$$A' = N - d' = \frac{N}{1+in}$$

EXERCÍCIOS

1. Um título de R\$ 60.000,00 vai ser descontado à taxa de 2,1% ao mês. Faltando 45 dias para o vencimento do título, determine:
- o valor do desconto racional
 - o valor atual racional

SOLUÇÃO

$$N = \text{R\$ } 60.000,00$$

$$i = 2,1\% \text{ a .m.} = 0,021 \text{ a . m.}$$

$$n = 45 \text{ dias} = 1,5 \text{ meses}$$

$$d = N \cdot i \cdot n = 60.000 \cdot 0,021 \cdot 1,5 = 1.890,00$$

$$d' = \frac{d}{1+in} = \frac{1890,00}{1+0,021 \cdot 1,5} = 1.832,28$$

$$A' = N - d' = \text{R\$ } 58.167,72$$

⁷ Sempre que o desconto não for explicitado, deve-se subentender “desconto comercial”

Na HP-12C, temos

```
60000 PV
2,1 ENTER 12 x CHS i
45 ENTER 360 ÷ n
FV
RCL PV +
1 ENTER
0.021 ENTER
1.5 x + ÷
RCL PV x><y -
```

... passa i para ano com sinal trocado para desconto comercial
... passa n para ano

... calcula o valor atual comercial $A = -58.110,00$
... calcula o desconto comercial $d = 1.890,00$

... acha o $d' = 1832,28$

...acha o valor atual racional $A' = 58.167,72$

Observe que o valor atual racional A' é maior que o valor atual comercial A ($A' > A$), por isso o comércio e os bancos preferem o A comercial (pagam um valor menor pelo título).

A título de curiosidade, vejamos os *estados* da pilha operacional da **HP - 12C** durante estes cálculos:

0	0	0	0	1890	1890	1890	1890	1890	1890	1890	1890	1890
0	0	1890	1890	1	1	1890	1890	1890	1890	1890	1890	1890
0	1890	1	1	0.021	0.021	1	1890	1890	1832.28	60000	1890	1890
1890	1	1	0.021	0.021	1.5	0.0315	1.0315	1832.28	60000	1832.28	58167.75	1890
Arac	1	ENTER	0.021	ENTER	1.5	x	+	÷	RCL PV	x><y	-	1890

2. Uma duplicata de R\$ 120.000,00 foi descontada por R\$ 104.640,00, 4 meses antes do vencimento.
Calcular a taxa de desconto racional.

SOLUÇÃO

$$N = R\$ 120.000,00$$

$$A' = R\$ 104.640,00$$

$$n = 4 \text{ meses}$$

$$i = ?$$

$$120.000 - 104.640 = 104.640,00 i 4$$

$$15.360,00 = 104.640,00 i 4$$

$$i = \frac{15.360,00}{104.640,00 \times 4} = 0,0367 \text{ ou } 3,67\%$$

Na HP-12C, temos:

f	FIN	f	4
120000	PV		
104640	FV		
RCL	PV	ENTER	
RCL	FV	-	
RCL	FV	÷	
4	÷		

As operações de desconto de títulos praticadas pelos bancos comerciais costumam apresentar os seguintes **encargos financeiros**, os quais são geralmente cobrados sobre o valor *nominal* do título e pagos à vista (descontados no momento da liberação dos recursos).

- Taxa de desconto** – segue as características já estudadas
- IOF** – Imposto sobre Operações Financeiras – Identicamente à taxa de desconto, este percentual é calculado linearmente sobre o valor nominal do título e cobrado no ato da liberação dos recursos.
- Taxa Administrativa** – cobrada muitas vezes pelas instituições financeiras visando cobrir certas despesas de abertura, concessão e controle do crédito. É calculada geralmente de uma única vez sobre o valor do título e descontada na liberação do recurso.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- Uma duplicata de R\$ 230.000,00 foi resgatada antes do seu vencimento por R\$ 191.360,00. Calcular o tempo de antecipação, sabendo que a taxa de desconto comercial foi de 4,5% ao mês. Resp: 3 meses e 22 dias
- Calcular o valor nominal de um título com vencimento para 3 meses, sabendo que a diferença entre os seus descontos comercial e racional, à taxa de 4% ao mês, é de R\$ 3.034,29. Resp:- R\$ 236.000,00
- Calcular o tempo de antecipação do resgate de uma nota promissória, sabendo que o seu valor nominal é seis vezes o do desconto comercial, a 5% ao mês. Resp:- 3 meses e 10 dias.
- Duas promissórias, uma de R\$ 50.000,00, vencível em 90 dias e outra de R\$ 90.000,00, vencível em 150 dias, deverão ser resgatadas por um só pagamento, a ser efetuado dentro de 60 dias. Qual é o valor desse resgate à taxa de desconto comercial de 3,5% ao mês? Resp:- R\$ 128.800,00
- Uma empresa descontou dois títulos num banco. Um de R\$ 240.000,00 para 90 dias e outro de R\$ 160.000,00 para 180 dias. Desejando substituí-los por um título único, com vencimento para 60 dias, calcular o valor nominal deste último, supondo que permaneça inalterada a taxa de desconto (comercial) de 3,5% ao mês. Resp:- R\$ 366.881,72.
- Uma empresa tem três títulos descontados num banco com valores de R\$ 50.000,00, R\$ 180.000,00 e R\$ 70.000,00, a vencerem respectivamente em 90, 150 e 180 dias. Desejando substituí-los por dois outros de valores nominais iguais, para 60 e 120 dias, calcular o valor nominal comum, supondo que a taxa de desconto comercial é de 3,5% ao mês para todas as transações. Resp:- R\$ 138.854,75
- Três títulos cujos valores são: R\$ 230.000,00, R\$ 180.000,00 e R\$ 140.000,00, com vencimento para 30, 60 e 90 dias, respectivamente, foram substituídos por dois outros de R\$ 300.000,00 cada um, vencíveis em 120 e 180 dias. Calcular a taxa de desconto comercial, supondo que seja a mesma para toda a transação. Resp:- 2,51% ao mês.

III.2.3 - SALDOS BANCÁRIOS

Os bancos remetem aos seus clientes, nos primeiros dias de cada mês, um extrato de suas contas correntes relativo ao movimento do mês anterior.

Para efeito de transações bancárias, são computados dois tipos de saldo. Um é o **saldo real**, que indica a disponibilidade numerária do cliente. O outro é o **saldo médio**, que serve de base para o banco classificar o cliente. O saldo médio é que determina o *limite de crédito* do cliente para as operações de empréstimo, financiamento, etc.

O saldo médio é a *média ponderada* dos créditos da conta corrente, tomando como pesos a permanência de cada crédito constante. O divisor (soma dos pesos) é sempre o número de dias do mês.

EXEMPLO

Calcular o saldo médio do seguinte extrato:

Dia	Histórico	Débito	Crédito	Saldo	D/C
	Saldo anterior			25.000,00	C
03	CH 747	10.000,00		15.000,00	C
07	DP CH		18.000,00	33.000,00	C
18	DP Dinheiro		20.000,00	53.000,00	C
22	CH COMP 748	30.000,00		23.000,00	C
28	CH 749	20.000,00		3.000,00	C

SOLUÇÃO

Cálculo do saldo médio:

R\$ 25.000,00	3 dias (1,2,3)
R\$ 15.000,00	4 dias (4,5,6,7)
R\$ 33.000,00	11 dias (8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18)
R\$ 53.000,00	4 dias (19,20,21,22)
R\$ 23.000,00	6 dias (23,24,25,26,27,28)
R\$ 3.000,00	2 dias (29,30)

$$\text{saldo médio} = \frac{25000 \times 3 + 15000 \times 4 + 33000 \times 11 + 53000 \times 4 + 23000 \times 6 + 3000 \times 2}{30} = R\$28466,67$$

EXERCÍCIOS

- Organizar o extrato de uma conta corrente bancária que durante o mês em curso apresentou o movimento descrito abaixo. Calcular em seguida o saldo médio.

Saldo do mês anterior.....	R\$ 1.200,00	C
03 Cheque compensado (retirada).....	R\$ 500,00	
08 Depósito em dinheiro.....	R\$ 200,00	
15 Cheque (retirada).....	R\$ 700,00	
25 Depósito em cheque.....	R\$ 400,00	
28 Cheque compensado (retirada).....	R\$ 500,00	
	Resp:- R\$ 580,00	

- Um cliente tem uma conta bancária com o título “cheque especial”, que lhe permite sacar a descoberto até o limite de R\$ 50.000,00. Organizar um extrato dessa conta com os lançamentos a seguir. Computar juros de 3,5% ao mês sobre os saldos devedores. Calcular o saldo médio.

Saldo do mês anterior (julho)	R\$ 3.000,00	C
03 Cheque compensado (retirada)	R\$ 5.000,00	
07 Depósito em dinheiro	R\$ 7.000,00	

12	Cheque 748 (retirada)	R\$ 8.000,00
16	Cheque 749 (retirada)	R\$ 2.000,00
25	Depósito em cheque	R\$ 6.000,00
28	Depósito em dinheiro	R\$ 8.000,00

Resp:- juros = R\$ 75,83 e saldo médio = R\$ 2.133,33

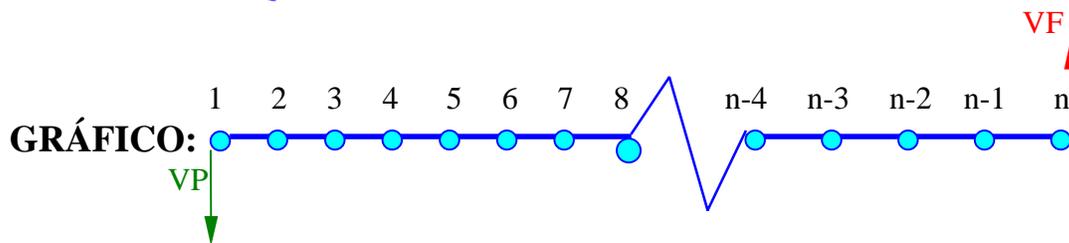
CAPÍTULO IV

JUROS COMPOSTOS

IV . 1 - FATOR DE ACUMULAÇÃO DE CAPITAL - FAC “Pagamentos Simples”

PROBLEMA: Determinar a quantia **VF** que seria obtida pela aplicação do principal **VP**, à taxa de juro **i**, durante **n** períodos. Ou seja, qual o montante **VF** acumulado a partir do principal **VP**?

Qual o Valor Futuro dado o Valor Presente?



FÓRMULA: Investindo **VP** a taxa **i**, tem-se:

- ao final do primeiro período: $VP + i VP = VP(1 + i)$
- ao final do segundo período: $[VP(1 + i)] (1 + i) = VP (1 + i)^2$
- e, assim. sucessivamente, teremos⁸:

$$VF = VP (1 + i)^n$$

VF : montante no regime de *juros compostos*, também representado por **FV** (Future Value)

VP: principal ou capital inicial, também representado por **PV** (Present Value)

$(1 + i)^n$: fator de acumulação de capital, também representado por $FAC'(n, i)$.

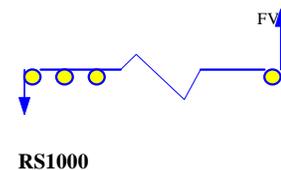
EXEMPLOS

1. Aplico R\$ 1.000,00, por 10 anos a juros de 5% a . a . Quanto terei no final?

SOLUÇÃO

$$VP = R\$ 1.000,00 \quad i = 5\% = 5/100 = 0.05 \quad n = 10$$

$$VF = VP (1 + i)^n = 1000 (1 + 0,05)^{10} = 1000 (1,05)^{10} \\ = 1000 (1,629) = 1.629 \text{ ou } R\$ 1.629,00$$



2. Quanto teremos daqui a 12 meses se aplicarmos R\$ 1.000,00 a 2,5% ao mês, capitalizável mensalmente?

SOLUÇÃO

⁸ A partir do segundo período a taxa de juros (*i*) incide sobre o montante $P + J$, e assim sucessivamente.

Pela **FÓRMULA**

VP = R\$ 1.000,00 $i = 2,5\%$ $n = 12$ meses

VF = VP $(1 + i)^n = 1.000,00 (1 + 0,025)^{12} = 1.000,00 (1,025)^{12}$

Na calculadora científica fazemos uso da tecla assim,

1.025 x^y 12

=

x^y

O resultado será 1.345. Com a mesma calculadora efetuamos as demais operações e obtemos:

1.000,00 (1,345) = **R\$ 1.345,00**

```
f FIN f 2
1 000 CHS PV
12 n
2,5 i
FV
```

Pela **CALCULADORA HP 12C**

O comando FV na HP 12C fornecerá o resultado R\$ 1.344,89.

Pela **PLANILHA EXCEL**: - Abra uma planilha e coloque os seguintes valores nas células:

```
A1 1000
B1 0,025
C1 12
D1 1+B1
E1 POTÊNCIA(D1;C1)
F1 A1*E1
```

Obs: As células A1 e F1 podem ser formatadas para moeda

Em B1 observe a VÍRGULA e em E1 o acento circunflexo.

Você pode mudar a referência de célula introduzindo um cifrão (\$) na barra de fórmula ou usando a tecla F4

Referência de Células	Descrição
A1	Referência relativa de célula. A fórmula ajusta-se à posição relativa quando copiada ou movida
\$A\$1	Referência Absoluta de célula. A fórmula sempre se refere a esta célula, independentemente de onde a fórmula é copiada ou movida
A\$1	Referência mista de célula. A fórmula refere-se sempre a primeira linha
\$A1	Sempre a coluna A

OBS:- Para reverter os dados durante uma colagem inadvertida ou errada sobre uma célula, selecione Edit Undo Past logo após Ter colado.

Para copiar e colar, clicar sobre o canto inferior direito da célula e arrastar.

3. Qual o juro devido a um capital de R\$ 1.000,00, colocado a juros compostos na taxa de 5,5% a . a . por um prazo de 10 anos?

SOLUÇÃO

O que se quer é o *rendimento* produzido por um capital em determinado tempo.

$J = VF - VP$ ou seja $J = \text{Valor Futuro (VF)} - \text{Valor Presente (VP)}$

$J = [1.000 (1 + 0,055)^{10}] - 1.000 = [1.000 (1,055)^{10}] - 1.000 = [1.000 (1,7081)] - 1.000 = 1.708,10 - 1.000 = 708,10 \therefore J = \text{R\$ } 708,10$

Pela Planilha **EXCEL** temos:

Pela **CALCULADORA HP 12C**, temos:

```

A1 1000
B1 0,055
C1 10
D1 1+B1
E1 =POTÊNCIA(D1;C1)
F1 A1*E1
G1 F1-A1

```

```

f FIN f 2
1000 CHS PV
5.5 i
10 n
FV
RCL PV
+

```

financeiros na planilha EXCEL

[Clique aqui](#) e veja mais detalhes sobre cálculos

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

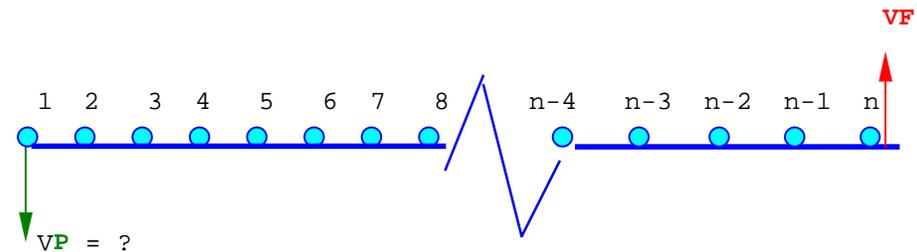
1. Uma pessoa toma R\$ 30.000,00 emprestados, a juros de 3% ao mês, pelo prazo de 10 meses, com capitalização composta. Qual o montante a ser devolvido? [Resp:- R\\$ 40.317,49](#)
2. Calcule o montante de R\$ 20.000,00 a juros compostos de 3,5% ao mês, durante 35 meses. [Resp:- 66.671,81](#)
3. Calcule o montante de R\$ 50.000,00, a juros compostos de 2,25% ao mês, no fim de 4 meses. [Resp:- R\\$ 54.654,17](#)
4. Calcule o montante de uma [aplicação](#) de R\$ 8.200,00, por um prazo de 8 meses, no regime de juro composto, à taxa de 1,5% ao mês. [Resp:- R\\$ 9.237,24](#)
5. Calcule o valor futuro de um capital de R\$ 75.000,00, colocado a juros compostos à taxa de $2\frac{3}{4}$ % ao mês, no fim de 6 meses. [Resp:- R\\$ 88.257,63](#)
6. Qual o VF produzido por R\$ 12.000,00, em regime de juro composto, à taxa de 2% ao mês durante 40 meses? [Resp:- R\\$ 26.496,48](#)

IV . 2 - FATOR DE VALOR ATUAL - FVA “Pagamentos Simples”

PROBLEMA: Determinar a quantia **VP** que deve ser investida, a juros **i**, para que se tenha o montante **VF** após **n** períodos de capitalização, ou seja, determinar o *valor atual de VF*.

Qual o Valor Presente (ou Atual) dado o Valor Futuro?

GRÁFICO:

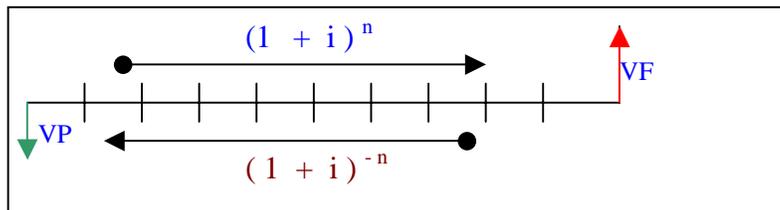


FÓRMULA:

$$VF = VP (1 + i)^n$$

$$VP = VF / (1 + i)^n$$

O fator $FAV' (i, n) = 1/(1 + i)^n$ é também chamado *taxa de desconto* no regime de juros compostos.



EXERCÍCIOS

1. Qual o capital que, aplicado a 10% ao semestre, capitalizado semestralmente, produz o montante de R\$ 1.331,00 após 3 semestres?

SOLUÇÃO

VP = ? VF = R\$ 1.331,00 n = 3 semestres i = 10% a . s. = 0,1 ao semestre

Pela **FÓRMULA**:

$$VP = VF / (1 + i)^n = 1331 / (1 + 0,1)^3 = 1331 / 1,331 = 1331 * 0,751315 = 1000$$

$$VP = R\$ 1.000,00$$

Pela **CALCULADORA HP12C**:

```
FIN f 2
1331 CHS FV
10 i
3 n
PV
```

Pela Planilha **EXCEL**:

Para copiar colar uma fórmula já digitada numa célula, clicar no canto inferior direito da célula e arrastar.

```
A1 0,1
B1 3
C1 1331
D1 =C1*(1/POTÊNCIA(1+A1;B1))
```

2. Uma loja financia um bem de consumo durável, no valor de R\$ 320,00, sem entrada, para pagamento em uma única prestação de R\$ 404,90 no final de 6 meses. Qual a taxa mensal cobrada pela loja?

SOLUÇÃO

VP = R\$ 320,00 VF = R\$ 404,90 n = 6 i = ?

Pela **FÓRMULA**:

$$VP = VF/(1+i)^n \Rightarrow 320 = 404,90/(1+i)^6 \Rightarrow 320(1+i)^6 = 404,90 \Rightarrow (1+i)^6 = \frac{404,90}{320,00} = 1,26531 \Rightarrow (1+i)^6 = 1,26531 \Rightarrow 1+i = (1,26531)^{1/6} \Rightarrow$$

$$i = (1,26531)^{1/6} - 1 \Rightarrow i = (1,26531)^{0.167} - 1$$

Usando a calculadora, temos: $1.2653 \sqrt[6]{1} i = 1,040 - 1 = 0,040$
ou seja , i = **4% a .m.**

$$\frac{x^y}{0.167}$$

Assim, sempre podemos calcular i, usando a expressão

$$i = \sqrt[n]{\frac{FV}{PV}} - 1$$

Pela **CALCULADORA HP 12C**:

```
f FIN f 2
404.9 CHS FV
320 PV
6 n
i
```

```
A1 404.9
B1 320
C1 A1/B1
D1 1/6
E1 =(POTÊNCIA(C1;D1)-1)*100
```

Pela Planilha **EXCEL**:

3. Determine em que prazo um empréstimo de R\$ 11.000,00 pode ser quitado em um único pagamento de R\$ 22.125,00, sabendo-se que a taxa contratada é de 15% ao semestre em regime de juro composto.

SOLUÇÃO

Pela **FÓRMULA**:

$$VF = R\$ 22.125,00 \quad VP = R\$11.000,00 \quad i = 15\% \text{ a .s.} \quad n = ?$$

$$VP = VF/(1+i)^n \Rightarrow 11000 = 22125/(1+0,15)^n \Rightarrow (1,15)^n = 22125/11000 \Rightarrow 1,15^n = 2,01136$$

Devemos agora aplicar LOG em ambos os lados da igualdade, assim:

$$\log 1,15^n = \log 2,01136 \Rightarrow n \log 1,15 = \log 2,01136. \text{ Mas,}$$

$$\log 1,15 = 0,06070 \text{ e } \log 2,01136 = 0,30349. \text{ Então,}$$

$$n = 0,30349/0,06070 = 4,999 \text{ semestres} \quad \text{ou}$$

n = 5 semestres ou 2 anos e 6 meses.

Pela **calculadora financeira HP 12C**:

```
f FIN f 2
22125 CHS FV
11000 PV
15 i
n
```

A fórmula geral para o cálculo de n é:

$$n = \frac{\log FV - \log PV}{\log(1+i)}$$

Na Planilha Excel, temos

```
A1 VF
B1 PV
C1 i
D1 LN (A1 / B1)
E1 LN (1 + C1)
F1 (D1 / E1)
```

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Quanto se deveria pagar hoje para se ter o direito de receber R\$ 10.000,00 daqui a 5 anos, a juros de 10% ao ano? **Resp:- R\$ 6.209,00**
2. Uma pessoa recebe a proposta de investir, hoje, uma quantia de R\$ 120.000,00 para receber R\$ 161.270,00 daqui a 10 meses. Qual a taxa de rentabilidade mensal do investimento proposto no regime de juro composto? **Resp:- 3% a .m..**
3. O capital de R\$ 87.000,00, colocado a juros compostos à taxa de 3,5% ao mês, elevou-se no fim de certo tempo a R\$ 114.563,00. Calcule esse tempo. **Resp:- 8 meses**

IV.3 - DESCONTO COMPOSTO

O *desconto simples*, *racional* ou *comercial* são aplicados somente aos títulos de curto prazo, geralmente inferiores a 1 ano.

Quando os vencimentos têm prazos longos, não é conveniente transacionar com esses tipos de descontos, porque podem conduzir a resultados que ferem o bom senso.

Observe o

EXEMPLO

Calcular o desconto comercial de um título de R\$ 100.000,00 com resgate para 5 anos, à taxa de 36% ao ano.

SOLUÇÃO

Fórmula: $d = N i n$

$N = \text{R\$ } 100.000,00$ $i = 36\% \text{ a.a.} = 0,36 \text{ a.a.}$ $n = 5 \text{ anos}$

$d = 100.000 \cdot 0,36 \cdot 5 = \mathbf{180.000}$

Como vemos, o valor do desconto é superior ao valor nominal do título, o que é um absurdo!!!

É por esse motivo que, em casos como o apresentado, adotamos o regime de regime de juros compostos, que jamais darão resultados desse tipo.

Como no desconto simples, temos duas formas de desconto composto, o *desconto comercial*, bancário composto ou por fora e o *desconto racional* ou por dentro.

IV.3.1 - DESCONTO COMERCIAL, BANCÁRIO COMPOSTO OU POR FORA

Como o desconto comercial simples, o desconto comercial composto é calculado sobre o **valor nominal** do título. O **valor atual** é obtido por meio de uma sucessão de descontos sobre o valor nominal, isto é, sobre o valor expresso no título. Assim,

Instante n : valor do título é N

Instante $n - 1$ (ou 1 período anterior: valor do título era $N - iN = N(1 - i)$)

Instante $n - 2$: valor do título era $(N - iN) - i(N - iN) = (N - iN)[1 - i] =$

$= N(1 - i)[1 - i] = N(1 - i)^2$

e, assim sucessivamente, n períodos antes do vencimento o valor do título era:

$$A = N(1 - i)^n$$

O desconto comercial é a diferença entre o valor nominal do título e o seu valor atual. Assim,

$$d = N - A = N - N(1 - i)^n = N[1 - (1 - i)^n]$$

EXERCÍCIOS

1. Calcular o valor atual de um título de R\$ 20.000,00 descontado um ano antes do vencimento à taxa de desconto bancário composto de 5% ao trimestre, capitalizável trimestralmente.

SOLUÇÃO

$A = ?$ $N = \text{R\$ } 20.000,00$ $i = 5\% \text{ a.t.} = 0,05 \text{ a.t.}$ $n = 1 \text{ ano} = 4$ trimestres

$A = N(1 - i)^n = 20.000(1 - 0,05)^4 = 20.000 \cdot 0,814506 = \mathbf{16.290,13}$

Pela HP-12C

```
f FIN f 2
20000 CHS
PV
5 CHS i
4 n
FV
```

As calculadoras financeiras foram programadas para cálculo de juros compostos ou desconto **racional** composto.

Para utilizarmos as calculadoras financeiras em desconto **bancário** composto é necessário observarmos os seguintes passos:

- Na tecla "FV" é digitado o valor presente, ou seja o valor líquido recebido.
- Na tecla "PV" digita-se o valor nominal ou valor futuro do título.
- A taxa de juros deverá ser informada com sinal negativo.
- Os demais títulos são normais.

Com o comando FV, a calculadora fornecerá o resultado.

Troca tudo !!

Pela Planilha Excel

```
A1      N = 20000
B1      i = 0,05
C1      4
D1      = A1 * POTÊNCIA (1 - B1; C1 )
```

2. Qual é o valor nominal de um título que foi resgatado 1 ano antes de seu vencimento por R\$ 16.290,13, à taxa de desconto bancário composto de 5% ao trimestre, capitalizados trimestralmente?

SOLUÇÃO

A = R\$ 16.290,13 N = ? i = 5% a.t. n = 1 ano = 4 trimestres

Pela fórmula, temos:

$$N = \frac{A}{(1 - i)^n} = \frac{16.290,13}{(1 - 0,05)^4} = \frac{16.29,13}{0,814506} = 20.000,01$$

Pela HP-12C

```
f FIN f 2
16290,13 CHS FV
4 n
5 CHS i
PV
```

Pela Planilha Excel

A	B	C	D	E
20000	0,05	4	=A1 * POTÊNCIA (1 - B1; C1)	=D1 / POTÊNCIA (1 - B1; C1)

3. Calcular o valor do desconto bancário composto de um título de R\$ 20.000,00, 1 ano antes do vencimento à taxa de 5% ao trimestre, capitalizável trimestralmente.

SOLUÇÃO

N = R\$ 20.000,00 d = ? i = 5% a.t. n = 4 trimestres

Pela fórmula temos:

$$d = N [1 - (1 - i)^n] = 20000 [1 - (1 - 0,05)^4] = 20000 \cdot 0,185494 =$$

3.709,88

Pela HP-12C

```
f FIN f 2
20000 CHS PV
5 CHS i
4 n
FV CHS
RCL PV CHS
+
```

Com o comando FV, a calculadora financeira nos fornecerá o valor líquido, o valor de resgate do título. Com a seqüência das teclas RCL PV estaremos recuperando o valor arquivado no registro PV e, fazendo a soma, teremos a diferença entre o valor nominal (valor futuro) e o valor atual (valor líquido de resgate). O valor negativo obtido é porque informamos o valor nominal que é o maior como negativo.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Calcular a taxa de desconto bancário composto de um título de R\$ 20.000,00, descontado 4 meses antes do vencimento, recebendo líquido o valor de R\$ 16.290,13. Resp: 5%

2. Um título de R\$ 20.000,00 foi descontado num banco, pelo desconto bancário composto, à taxa de 5% a.m., sendo creditada, na conta do cliente, a importância de R\$ 16.290,13. Quanto tempo antes do vencimento foi descontado este título? Resp : 4 meses

IV.3.2 - DESCONTO RACIONAL COMPOSTO OU POR DENTRO

O valor do desconto é calculado sobre o **valor atual**, como também o é em desconto racional simples, divergindo apenas por agora considerarmos uma capitalização, ou seja, usarmos potenciação como em capitalização composta.

O **valor nominal** é o valor que consta no título e é dado por:

$$N' = A'(1 + i)^n$$

O **valor atual** é o valor de resgate, valor presente ou valor líquido de um título descontado antes do seu vencimento. É dado por:

$$A' = \frac{N}{(1 + i)^n}$$

O desconto racional é a diferença entre o valor nominal e o valor atual de um título que foi saldado antes do seu vencimento

$$d' = N' - A'$$

$$d' = N \left[1 - \frac{1}{(1 + i)^n} \right]$$

EXERCÍCIOS

1. Qual é o valor do título que, descontado 3 meses antes de seu vencimento, a uma taxa de 10% a.m., capitalizável mensalmente, determinou um valor de resgate de R\$ 12.400,00?

Solução

$$A' = 12.400,00 \quad N' = ? \quad i = 10\% \text{ a.m.} \quad n = 3 \text{ meses}$$

$$N' = A' (1 + i)^n = 12.400 \cdot (1 + 0,1)^3 = 12.400 \cdot 1,331000 = 16.504,40$$

Pela **HP-12C**

f FIN f 2
12400 CHS PV
3 n
10 i
FV

A é armazenado em **PV**
i não troca de sinal.
É como se fosse juros compostos !!!!

2. Qual o valor de resgate de um título de R\$ 16.504,40 vencível daqui a 9 meses, à taxa efetiva de desconto racional composto de 46,41% a.a. capitalizável trimestralmente?

Solução

$$N' = 16.504,40 \quad A' = ? \quad i = 46,41\% \text{ a.a.} \quad n = 9 \text{ meses} = 3 \text{ trimestres}$$

Precisamos primeiro estabelecer a equivalência de taxas. Assim

$A' (1 + 0,4641)^i = A' (1 + i)^4$... os valores futuros devem ser iguais.

$$(1 + 0,4641) = (1 + i)^4 \Rightarrow 1 + i = (1,4641)^{1/4} \Rightarrow i = 1,10000 - 1 = 0,1 \text{ a.t.}$$

Sabendo todos os dados, podemos, agora, calcular o valor que o título foi descontado antes do vencimento.

$$A' = N' / (1 + i)^n = 16.504,40 / (1 + 0,1)^3 = 16.504,40 / 1,331000 = 12.400,00$$

Pela HP-12C, temos

```
f FIN f 6
100 CHS
PV
146.41 FV
4 n
i
```

Cálculo da Taxa

```
f FIN f 2
16504,40 CHS FV
3 n
10 i
PV
```

Cálculo de A'

3. Determinar o valor do desconto racional composto de um título de R\$ 16.504,40, descontado 9 meses antes do seu vencimento à taxa efetiva de desconto racional composto de 46,41% a.a., capitalizável trimestralmente.

SOLUÇÃO

$N' = R\$16.504,40$ $d' = ?$ $i = 46,415$ a.a. $n = 3$ trimestres

Do exercício anterior temos que a taxa efetiva é de 10% a.t.. Pela fórmula temos:

$$d' = N' [1 - (1 + i)^{-n}] = 16.504,40 [1 - (1 + 0,1)^{-3}] = 16.504,40 [1 - 0,751315] =$$

$$16.504,40 \cdot 0,248685 = \mathbf{4.104,40}$$

Pela HP-12C

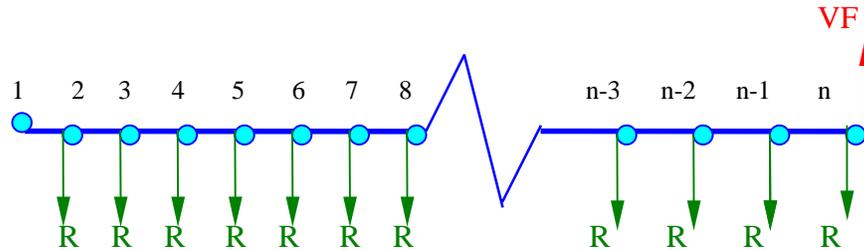
```
f FIN f 2
16504,40 FV
3 n
10 i
PV
RCL FV
+
```

Aqui a calculadora calcula o d' (desconto racional composto)

IV. 4 - FATOR DE ACUMULAÇÃO DE CAPITAL “Série Uniforme”

PROBLEMA: Determinar a quantia **VF** acumulada partir da série uniforme **R**

GRÁFICO:



FÓRMULA:

- O primeiro pagamento rende juros durante $(n - 1)$ períodos. No instante **n** seu valor será:

$$R (1 + i)^{n-1} .$$

- O segundo pagamento rende juros durante $(n - 2)$ períodos. No instante **n** seu valor será:

$$R (1 + i)^{n-2}$$

- e assim, sucessivamente, teremos (*o último pagamento não rende juros*) pago:

$$R (1 + i)^{n-1} + R (1 + i)^{n-2} + \dots + R (1 + i) + R \quad \text{ou}$$

$$VF = R [1 + (1 + i) + (1 + i)^2 + \dots + (1 + i)^{n-2} + (1 + i)^{n-1}]$$

O fator entre colchetes é a soma dos **n** primeiros termos de uma Progressão Geométrica de razão $(1 + i)$. Esta soma é dada por:

$$\begin{aligned} VF &= a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_n \\ VF \cdot q &= a_1 \cdot q + a_2 \cdot q + a_3 \cdot q + \dots + a_{n-1} \cdot q + a_n \cdot q \\ VF \cdot q - VF &= a_n \cdot q - a_1 \\ VF (q - 1) &= a_n \cdot q - a_1 \\ VF &= (a_n \cdot q - a_1) / (q - 1) \quad \text{ou} \quad VF = \{ (a_1 - a_n \cdot q) / (1 - q) \} \end{aligned}$$

$$[\dots] = \{ 1 - (1 + i)^n \} / \{ 1 - (1 + i) \} = 1 - (1 + i)^n / (-i) = \{ (1 + i)^n - 1 \} / i$$

Daí temos,

$$VF = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

O fator [...] é chamado **fator de capitalização** ou **fator de acumulação de capital** de uma série uniforme de pagamentos. Costuma ser representado por **FAC(i,n)** ou $S_{n|i}$ (lê-se n ângulo ou cantoneira i). Este fator estabelece a *equivalência* entre o valor **futuro VF** e as **prestações (ou parcelas) PMT**.

EXEMPLO

1. Seu Costa deposita anualmente US\$ 3.000,00 na conta particular que mantém na Suíça. Qual será o saldo daqui a 5 anos, sabendo-se que o banco paga juros de 8% ao ano para este tipo de conta?

SOLUÇÃO

$$R = \text{US\$ } 3.000,00 \quad i = 8\% \text{ a.a.} \quad n = 5 \text{ anos} \quad VF = ?$$

Pela **FÓRMULA**:

$$VF = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] = 3000 \left[\frac{(1+0.08)^5 - 1}{0.08} \right] = 3000 \left[\frac{1.08^5 - 1}{0.08} \right] = 3000 \left[\frac{0.469328}{0.08} \right] = 3000 [5.866] = 17598 \text{ ou}$$

$$S = \text{US\$ } 17.598,00$$

Pela **CALCULADORA HP 12C**:

```
f FIN f 2
3000 CHS PMT
8 i
5 n
FV
```

..... R\$ 17.599,80⁹

Pela Planilha **EXCEL**:

```
A1 3000
B1 0.08
C1 5
D1 =VF(B1;C1;A1)
```

2. O corretor prometeu a um cliente que, se ele efetuasse 12 depósitos trimestrais de R\$ 1.050,00, após o último depósito ele teria R\$ 20.000,00. Que taxa de juros o corretor está oferecendo ao cliente?

SOLUÇÃO

$$VF = 20.000 \quad R = 1.050 \quad n = 12 \text{ trimestres} \quad i = ?$$

$$VF = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \Rightarrow 20.000 = 1.050 \left[\frac{(1+i)^{12} - 1}{i} \right]$$

$$\frac{20.000}{1.050} = \frac{(1+i)^{12} - 1}{i} \Rightarrow 19.047619 i = (1+i)^{12} - 1$$

$\{1+i\}^{12} - 19.047619 i - 1 = 0$ Uma equação bem complicada!!!!
Vamos resolvê-la por tentativas.

Existem nos livros tabelas que mostram para vários valores de i o $FAC(n,i)$ ou o $S_{n|i}$. Isso ajuda bastante ao "cercarmos" o valor de i .

⁹ A diferença é em virtude do arredondamento. Cuidado!!!!

Procurando-se nessas tabelas para $n = 12$, encontramos o seguinte intervalo:

$$S_{12|8} = 18.977126$$

$S_{12|10} = 21.384284$. Com isso percebemos que o nosso valor da taxa i encontra-se no intervalo entre 8% e 10%, pois $18.977126 < 19.047619 < 21.384284$.

Esquematizando, temos

8 %	18.977126
i	19.047619
10%	21.384284

Fazendo uma Interpolação Linear, temos :

$$\frac{i - 8}{10 - 8} = \frac{19.047619 - 18.977126}{21.384284 - 18.977126} \Rightarrow \frac{i - 8}{2} = \frac{0.070493}{2.407158}$$

$$i = 8 + 2 (0.029285) = 8.059 \quad \therefore i = \mathbf{8.059\% \text{ a.t.}}$$

Pela HP 12-C, temos:

```
f FIN f 2
20000 CHS FV
1050 PMT
12 n
i
```

Não existe uma maneira simples na planilha excel ,como fizemos até agora, para encontrar a TAXA conhecendo o FV

3. Quantos depósitos bimestrais de R\$ 1.000,00 serão necessários para que, se a remuneração for de 4% a. b., se tenha R\$ 29.778,08?

SOLUÇÃO

$$VF = 29.778,08 \quad R = 1.000,00 \quad i = 4\% \text{ a. b.} \quad n = ?$$

$$VF = R S_{n|i} \Rightarrow 29.778,08 = 1.000 S_{n|4} \Rightarrow S_{n|4} = \frac{29.778,08}{1.000} = 29.77808 \text{ ou}$$

seja

$$\frac{\{1+i\}^n - 1}{i} = 29.77808 \Rightarrow \frac{\{1+0.04\}^n - 1}{0.04} = 29.7708 \Rightarrow \{1.04\}^n - 1 = 1.191123$$

$\{1.04\}^n = 2.191123$. Aplicando logaritmo em ambos os lados, temos:

$$n \log(1.04) = \log(2.191123) \Rightarrow n = \frac{\log 2.19112}{\log 1.04} = \frac{0.34066}{0.017033} \quad \therefore$$

$$\mathbf{n = 20 \text{ bimestres}}$$

Pela HP-12C, temos:

```
29778.08 CHS FV
1000 PMT
4 i
n
```

Na planilha excel não existe uma maneira direta de se encontrar o NPER nestas condições

As funções financeiras e seus argumentos na Planilha Excel:

VF(taxa; nper;pgto;**VP;tipo)Retorna o VF de um investimento com base em pagamentos constantes e periódicos a uma taxa i constante.**

TAXA(nper;pgto;vp;vf;tipo;estimativa) Retorna a taxa de juros por período em uma anuidade.

NPER(taxa;pgto;vp;vf;tipo) Retorna o número de períodos de um investimento com base em pagamentos constantes periódicos e uma taxa de juros constantes.

PGTO(taxa;nper;vp;vf;tipo) Calcula o pagamento de um empréstimo com base em pagamentos e uma taxa de juros constante.

VP(taxa;nper;pgto;vf;tipo) faz a mesma coisa que o VF.

No cálculo da taxa não esquecer de inverter o sinal do pgto ou do vp.

DICA: Às vezes precisamos do VP e este não foi dado. Então, conhecendo o VF, calculamos o VP como pagamento simples com a função POTÊNCIA.

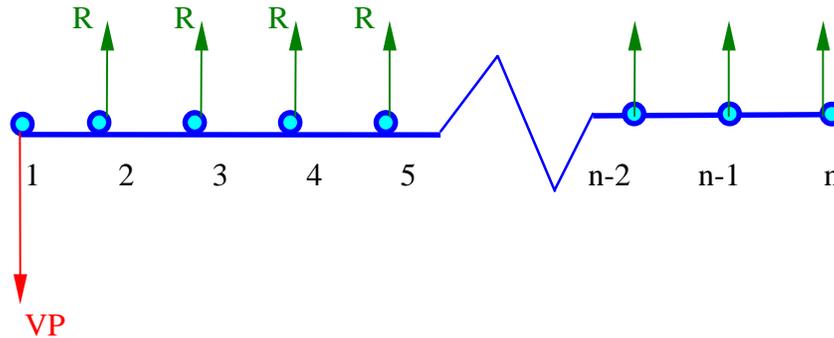
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Uma pessoa deposita mensalmente numa [caderneta de poupança](#) o valor de R\$ 5.000,00. Sabendo que o banco paga juros de 5,5% a . m., quanto possuirá no momento do 5º depósito? [Resp:- R\\$ 27.905,46](#)
2. O Sr. X deposita em uma financeira, no fim de cada mês, durante 5 meses, a quantia de R\$ 100,00. Calcule o montante da renda, sabendo que esta financeira paga juros compostos de 2% ao mês, capitalizados mensalmente. [Resp:- R\\$ 520,40](#)
3. Depósito em uma instituição financeira, no fim de cada mês, a importância de R\$ 800,00, a 0,5% ao mês. Quanto terei no fim de 1 ano? [Resp:- R\\$ 9.868,45](#)
4. Qual a importância constante a ser depositada em um banco, ao final de cada ano, à taxa de 6% ao ano, capitalizados anualmente, de tal modo que, ao fazer o décimo depósito, forme o capital de R\$ 400.000,00? [Resp:- R\\$ 30.347,18](#)
5. Calcule o depósito anual capaz de, em 6 anos, dar um montante de R\$ 200.000,00, à taxa de 25% ao ano. [Resp:- R\\$ 17.763,90](#)
6. A que taxa uma pessoa, realizando depósitos mensais imediatos no valor de R\$ 8.093,00, forma um capital de R\$ 135.000,00 ao fazer o décimo quinto depósito? [Resp:- 1,5% ao mês.](#)

IV . 5 - FATOR DE VALOR ATUAL “Série Uniforme”

PROBLEMA¹⁰: Determinar o principal **VP** que deve ser aplicado para que se possa retirar **R** em cada um dos **n** períodos subsequentes, ou seja, determinar o valor atual da série uniforme **R**.

GRÁFICO :



FÓRMULA:

primeiro pagamento : valor atual = $R/(1 + i)$
 segundo pagamento: valor atual = $R/(1 + i)^2$
 e assim, sucessivamente, temos para o último pagamento:
 valor atual = $R/(1 + i)^n$.

$$VP = R/(1 + i) + R/(1 + i)^2 + \dots + R/(1 + i)^n$$

$$VP = R [1/(1 + i) + 1/(1 + i)^2 + \dots + 1/(1 + i)^n]$$

Esta é a soma dos **n** primeiros termos de uma P.G. de razão

$$1/(1 + i)$$

sendo o primeiro termo igual a $1/(1 + i)$.

$$VF = a_1 \frac{1 - a_n}{1 - a_1} = \frac{1}{(1 + i)} \left[\frac{1 - \left(\frac{1}{1 + i}\right)^n}{1 - \left(\frac{1}{1 + i}\right)} \right] = \frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n}$$

$$VP = R \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n} \right]$$

¹⁰ Os vencimentos dos termos de uma série de pagamentos podem ocorrer no final de cada período (termos postecipados) ou no início (termos antecipados) ou com períodos de carência (termos diferidos). Trataremos aqui apenas das séries postecipadas e diferidas.

O fator entre colchetes é chamado *Fator de Valor Atual* de uma **Série Uniforme FVA(i,n)**. Às vezes representa-se este fator por $a_{n|i}$ e lê-se “a ângulo n a i ” ou “a n cantoneira i ”.

Para calcular a Taxa, n , VP, VF, na planilha excel usamos as funções NPER, VP, VF e TAXA diretamente como antes.

EXERCÍCIOS

1. Um empresário pretende fazer um investimento no exterior que lhe renderá US\$ 100.000,00, por ano, nos próximos 10 anos. Qual o valor do investimento, sabendo-se que o empresário trabalha com taxas de 6% ao ano?

Solução

R = US\$ 100.000,00 i = 6% a . a . n = 10 anos VP = ?

Pela **FÓRMULA**:

$$\begin{aligned} VP &= R \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] = 100000 \left[\frac{1 - (1 + 0.06)^{-10}}{0.06} \right] = \\ &= 100000 \left[\frac{1 - (1.06)^{-10}}{0.06} \right] = 100000 \left[\frac{1 - 0.5584}{0.06} \right] = \\ &= 100000 \left[\frac{0.4416}{0.06} \right] = 100000 \left[7.36 \right] = 736.000 \text{ ou seja,} \\ VP &= R\$ 736.000,00 \end{aligned}$$

Pela **CALCULADORA HP12C**:

```
f FIN f 2
100000 CHS PMT
10 n
6 i
PV
```

Pela Planilha **EXCEL**:

```
A1 100000
B1 0,06
C1 10
D1 =VP(B1;C1;A1)
```

2. Uma loja vende uma geladeira em 12 prestações mensais de R\$ 120,55 ou em 24 prestações mensais de R\$ 76,76. Qual é a forma de financiamento mais vantajosa para o comprador, se a taxa de juros for de 3% a.m.?

SOLUÇÃO

Vamos calcular, nos dois casos, o preço à vista da geladeira.

1º Caso

$$\begin{aligned} R &= 120,55 & n &= 12 & i &= 3\% \text{ a.m.} \\ VP &= R a_{n|i} & VP &= 120,55 a_{12|3} & VP &= 120,55 \cdot 9,9540040 = 1.199,96 \\ & & & & VP &= R\$ 1.199,96 \end{aligned}$$

2º Caso

$$\begin{aligned} R &= 76,76 & n &= 24 & i &= 3\% \text{ a.m.} \\ VP &= R a_{n|i} & VP &= 76,76 a_{24|3} & VP &= 76,76 \cdot 16,9355421 = 1.299,97 \\ VP &= R\$ 1.299,97 \end{aligned}$$

O primeiro financiamento tem preço à vista menor e é, assim, o melhor para o comprador.

3. Qual é a taxa mensal de um financiamento de R\$ 13.500,00 a ser pago em 12 prestações de R\$ 1.800,00?

Solução

$$VP = 13.500,00 \quad R = 1.800,00 \quad n = 12$$

$$VP = R a_{n|i} \quad 13.500 = 1.800 a_{12|i} \quad a_{12|i} = \frac{13.500}{1.800} = 7,5$$

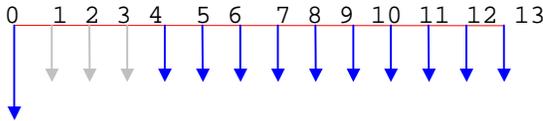
Consultando as Tabelas de $a_{n|i}$ = 12, encontraremos $a_{12|8} = 7,536078$ e $a_{12|9} = 7,160725$.

O valor que procuramos está entre estes dois valores. Vamos, então, montar a *interpolação linear*

$$\begin{array}{r} 8\% \dots\dots\dots 7,536078 \\ i \dots\dots\dots 7,5 \\ 9\% \dots\dots\dots 7,160725 \end{array} \quad \frac{i - 8}{9 - 8} = \frac{7,5 - 7,536078}{7,160725 - 7,536078} \Rightarrow i - 8 = \frac{-0,036078}{-0,375353}$$

ou $i = 8,096\%$

4. A propaganda de uma grande loja de eletrodomésticos anuncia: “Compre tudo e pague em 10 vezes. Leve hoje e só comece a pagar daqui a 3 meses”. Se a taxa de financiamento é de 3% a.m., qual é o valor da prestação de uma geladeira cujo preço à vista é de R\$ 2.800,00?

Solução

$VP = 2.800,00$ $i = 3\%$ a.m. carência = 3 meses $n = 10$.
Visto que nos primeiros 3 meses não haverá parcelas, podemos aceitar que:

$$P = P_{13} - P_3 \quad \text{isto é } P_{13} = \text{Valor atual de 13 parcelas.} \\ P_3 = \text{Valor atual de 3 parcelas.}$$

Logo,

$$VP = R (a_{13|3} - a_{3|3}) \text{ ou } 2.800 = R (10,6349553 - 2,8286113)$$

$$R = \frac{2800}{7,8063437} = \mathbf{358,68}$$

Se não houvesse a carência, teríamos:

$$VP = P_{10} = R a_{10|3} \quad \text{ou } 2.800 = R (8,5302028) \therefore R = \frac{2.800}{8,5302028} = \mathbf{328,24}$$

A diferença se deve à carência, isto é, fica embutido nas prestações o juro de “espera”.

Caso não conhecêssemos o número de períodos n , uma outra maneira de atacar o problema de carência seria calcular o valor futuro ao término do período de carência (no exercício seria no instante 3), e adotá-lo como valor presente. Assim,

$$P_3 = 2800 (1 + 0,03)^3 = 3.059,63$$

$$P_3 = R \cdot a_{10|3} \Rightarrow 3.059,63 = R \cdot (8,5302028) \therefore R = \mathbf{358,68}$$

Em algumas aplicações, o número de pagamentos ou anuidades pode ser considerado infinito (série de rendas uniformes **perpétuas**) e, nesse caso, a expressão do principal fica como segue:

$$P = R \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n i} \right] = \frac{R}{i}$$

O limite é tomado com $n \rightarrow \infty$. Ou, seja o principal ou valor atual de uma série de rendas uniformes perpétuas é igual ao valor da anuidade dividido pela taxa de juros.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Qual é o valor da prestação mensal de um financiamento de R\$ 3.500,00, feito à base de 2% a.m. em 10 prestações? [Resp:- R\\$ 389,64](#)
2. Pagando 20 prestações de R\$ 300,00 num financiamento feito à base de 6% a.m., que dívida estarei amortizando? [Resp: R\\$ 3.440,97](#)
3. Em quantas prestações mensais de R\$ 796,80 quitarei uma dívida de R\$ 10.000,00, se o financiamento foi feito à base de 4% a.m.? [18 prestações](#)
4. Um financiamento de R\$ 11.000,00 tem duas opções para ser feito: em 12 prestações de R\$ 1.384,92 ou em 18 prestações de R\$ 1.015,92. Qual é a opção mais vantajosa para a financiadora? [Resp:- Para a financiadora é a primeira opção, pois a taxa é maior](#)
5. Calcular o valor atual de uma dívida de 8 termos iguais a R\$ 800,00, sendo a taxa no período de 2%. [Resp: R\\$ 5.860,38](#)
6. Um comprador oferece ao vendedor de uma loja 6 prestações de R\$ 429,00 por uma televisão, cujo preço à vista é de R\$ 2.000,00. Só que ele deseja começar a pagar daqui a 3 meses. Se os juros mensais normais da loja forem de 3%, será ou não interessante para o vendedor aceitar a proposta? [Resp: É vantajoso pois o comprador está pagando um juro de R\\$ 126,70 a mais do que se financiasse pela loja.](#)
7. Uma loja de móveis cobra normalmente 15% do valor da compra no ato do contrato, e o saldo pode ser pago em 6 prestações mensais a contar da entrega do pedido, cujo prazo é estipulado em 2 meses. Qual é o preço à vista de uma compra de móveis, cujas prestações são de R\$ 1.846,30, sendo a taxa de juros mensais da operação estipulada em 5%? [Resp: R\\$ 10.000,00](#)
8. Um financiamento de R\$ 20.000,00 deve ser pago em 8 prestações mensais iguais. Se a taxa de juros cobrada pela financeira for de 8% a.m., calcular o valor de uma “comissão de abertura de crédito”, cobrada ao cliente, que permita à empresa financeira auferir uma rentabilidade de 10% a.m. na operação. [Resp: R\\$ 1.433,38.](#)
9. Uma instituição financeira financia veículos de transporte em 18 prestações mensais de R\$ 100.000,00 cada uma. Se o valor do financiamento for de R\$ 875.563,00 , qual será a taxa de juros mensal cobrada? [Resp: i = 9% a.m.](#)
10. Uma pessoa deseja comprar um microcomputador. Dispõe de 4 alternativas para pagamento:

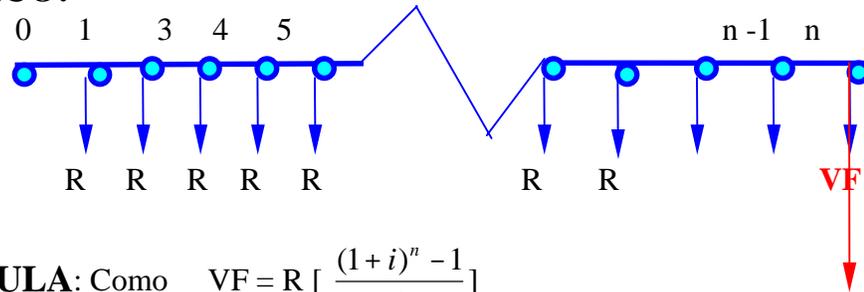
1. pagamento à vista de R\$ 2.300,00;
2. pagamento de 8 prestações mensais de R\$ 431,11;
3. Pagamento de 4 prestações mensais de R\$ 965,75 sendo a primeira paga daqui a 4 meses;
4. Um único pagamento de R\$ 4.930,26 daqui a 8 meses.

Do ponto de vista financeiro, qual plano é o melhor considerando que a taxa de juros praticada é de 10% a.m.? [Resp: Todas alternativas são equivalentes.](#)

IV.6 - FATOR DE FORMAÇÃO DO CAPITAL “Série Uniforme”

PROBLEMA: Determinar a série uniforme **R** capaz de formar o montante **VF** no fim do período **n**”

GRÁFICO:



FÓRMULA: Como $VF = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$

$$R = VF \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

termo entre colchetes é denominado “*fator de formação de capital*” e é representado por $FFC(i,n)$ ou $s_{n|i}^{-1}$

EXEMPLOS

1. Quanto devemos depositar semestralmente numa conta a prazo fixo que paga juros de 12% por semestre para termos R\$ 50.000,00 daqui a 7 anos?

SOLUÇÃO

$$VF = R\$ 50.000,00 \quad i = 12\% \text{ a . s.} \quad n = 7 \text{ anos} = 14 \text{ semestres} \quad R = ?$$

Pela **FÓRMULA:** $R = VF \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right] = 50000 \left[\frac{0.12}{(1+0.12)^{14} - 1} \right] =$

$$R = 50000 \left[\frac{0.12}{(1.12)^{14} - 1} \right] = 50000 \left[\frac{0.12}{4.887 - 1} \right] = 50000 \left[\frac{0.12}{3.887} \right] = 50000 \left[0.03087 \right] = 1543.61 \text{ ou seja}$$

$$R = R\$ 1.543,61$$

Pela **CALCULADORA HP 12C:**

```
f FIN f 2
50000 CHS FV
12 i
14 n
PMT
```

Pela Planilha **EXCEL:**

```
A1 50000
B1 14
C1 0,12
D1 =A1*(1/POTÊNCIA(1+C1;B1))
E1 =PGTO(C1;B1;D1)
```

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Uma financeira publica que seus coeficientes para financiamento de carros, em 24 meses, são:

Carros 0 - km
0,06480

Carros Novos
0,06815

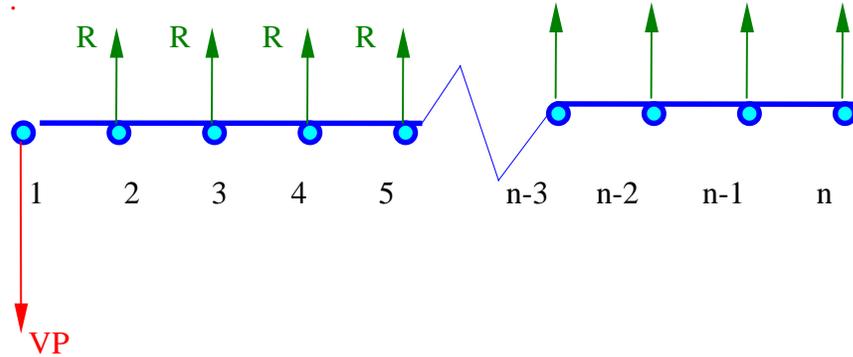
Qual é a taxa de juros de cada coeficiente? [Resp : Carros - Novos 3,89% a.m. e Carros - Usados 4,39% a.m.](#)

2. João, conversando com um amigo, conta-lhe que fez o “melhor negócio do mundo, pois comprou uma motocicleta, cujo valor à vista era de \$ 30.000,00, em prestações mensais de \$ 1.326,06, sem dar entrada alguma. João achou que o negócio fora bom porque, apesar de o vendedor dizer-lhe que a taxa de juros era de 4% a.m. , o valor da prestação era baixo. Seu amigo perguntou-lhe em quantas prestações comprara e ele respondeu que não sabia. Calcule o número de prestações. [Resp: 60 meses](#)
3. Um executivo, prevendo sua aposentadoria, resolve efetuar, durante 4 anos, depósitos mensais iguais à taxa de 2,5% a.m.. Este pecúlio deverá permitir 5 retiradas anuais de R\$ 500.000,00, ocorrendo a primeira 2 anos após o último depósito. De quanto devem ser os depósitos mensais? [Resp: R\\$ 9.167,56](#)

IV.7 - FATOR DE RECUPERAÇÃO DE CAPITAL “Série Uniforme”

PROBLEMA: “Determinar a série uniforme R resultante da aplicação do principal VP , ou seja, a quantia que deve ser retirada em cada período para que se recupere o investimento VP ”.

GRÁFICO :



FÓRMULA: Como $VP = R \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$

$$R = VP \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

O termo entre colchetes é denominado “fator de recuperação de capital” $FRC(i,n)$ ou $a_{n|i}^{-1}$.

EXEMPLOS

- Um apartamento, à vista, custa R\$ 101.513,84, podendo ser adquirido em 6 prestações mensais, sendo a primeira paga um mês após a compra à taxa de 5% ao mês. Calcule o valor de cada prestação

SOLUÇÃO

$$R = ? \quad VP = R\$ 101.513,84 \quad i = 5\% \text{ a . m.} \quad n = 6$$

Pela **FÓRMULA**:

$$\begin{aligned} R &= VP \cdot \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] = 101513,84 \cdot \left[\frac{0,05(1,05)^6}{(1,05)^6 - 1} \right] = \\ &= 101513,84 \cdot \left[\frac{0,067}{0,34} \right] = 20.000 \text{ ou seja} \\ R &= R\$ 20.000,00 \end{aligned}$$

Pela **CALCULADORA HP 12C**:

```
f FIN f 2
101513.84 CHS PV
6 n
5 i
PMT
```

2. Um microcomputador que custa R\$ 1.015,14, à vista, será vendido em parcelas mensais de R\$ 200,00. Sabendo-se que a taxa de mercado é de 5% a . m., em quantas prestações deve ser financiado?

Solução

Pela **FÓRMULA**:

$$R = VP * FRC(n,i) \Rightarrow FRC(n,i) = R/P = 200/1015,14 = 0.197$$

$$[i(1+i)^n / \{(1+i)^n - 1\}] = 0.197 \Rightarrow [i / \{1 - (1+i)^{-n}\}] = 0.197$$

$$[0.05 / \{1 - (1.05)^{-n}\}] = 0.197 \Rightarrow \{1 - (1.05)^{-n}\} = 0.05 / 0.197 = 0.2538$$

$$(1.05)^{-n} = 1 - 0.2538 = 0.7462$$

Vamos usar agora o recurso de logaritmos:

$$-n \log 1.05 = \log 0.7462 \Rightarrow -n = -0.292741 / 0.048790 \Rightarrow n = 6$$

Pela **CALCULADORA HP 12C**:

```
f REG f 2
1015.14 CHS PV
200 PMT
5 i
n
```

3. Uma impressora à laser que custa, a vista, R\$ 1.000,00, está sendo vendida em 6 prestações mensais de R\$ 200,00. Qual a taxa de juros cobrada?

SOLUÇÃO

Pela **FÓRMULA**:

$$R = VP FRC(n,i) \Rightarrow FRC(n,i) = 200/1000 = 0,2$$

$[i / \{1 - (1+i)^{-6}\}] = 0,2$ A única forma de resolvermos esta identidade é por tentativa e erro.

$$\text{Com } i = 4\% \dots\dots [0.04 / \{1 - (1.04)^{-6}\}] = 0,1908$$

$$\text{Com } i = 6\% \dots\dots [0.06 / \{1 - (1.06)^{-6}\}] = 0,2034$$

Faremos agora uma interpolação linear, assim:

$$i = 4\% \dots\dots 0,1908$$

$$i = ? \dots\dots 0,2000 \Rightarrow \frac{i-4}{6-4} = \frac{0,2-0,1908}{0,2034-0,1908} \Rightarrow$$

$$i = 6\% \dots\dots 0,2034$$

$$\begin{aligned} (i-4) &= 2(0,0092/0,0126) = \\ &2(0,73016) = 1.4603 \\ \Rightarrow i &= 5,46\% \end{aligned}$$

Uma aproximação melhor poderia ser feita usando a planilha excell, onde numa coluna colocamos diversa taxas de juros e fazemos a outra coluna calcular os valores de [.....]. Assim

0,02	0,178525812
0,03	0,1845975
0,04	0,190761903
0,05	0,197017468
0,06	0,203362628
0,07	0,2097958
0,08	0,216315386
0,09	0,222919783
0,1	0,22960738
0,11	0,236376564
0,12	0,243225718

Quando chegamos perto do valor desejado (neste caso 0,200000) refinamos mais um pouco. Assim,

0,051	0,19764798
0,052	0,19827938
0,053	0,19891168
0,054	0,19954487
0,055	0,20017895
0,0541	0,19960824
0,0542	0,19967161
0,0543	0,199735
0,0544	0,19979839
0,0545	0,1998618
0,0546	0,19992521
0,0547	0,19998863
0,0548	0,20005206
0,05473	0,20000766
0,05474	0,200014
0,05475	0,20002034
0,05474	0,200014
0,054741	0,20001464

A conclusão que chegamos é de uma taxa de 5,474% ao mês

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Um jornal local publicou o seguinte anúncio de uma revendedora de veículos:

“Gol 95. Novinho. Enter. R\$ 4.500,00 e 12 parcelas mensais de R\$ 600,00; à vista R\$ 9.600,00; temos outros planos; aceitamos outro veículo em troca. Tel. xxx-xxxx”

Qual a taxa de juros que o vendedor cobra no caso de financiar o carro? Resp:- 5,75% ao mês

IV.8 - RELAÇÃO ENTRE OS FATORES

As fórmulas apresentadas mostram que:

$$FVA(n,i) = \frac{1}{FAC(n,i)}$$

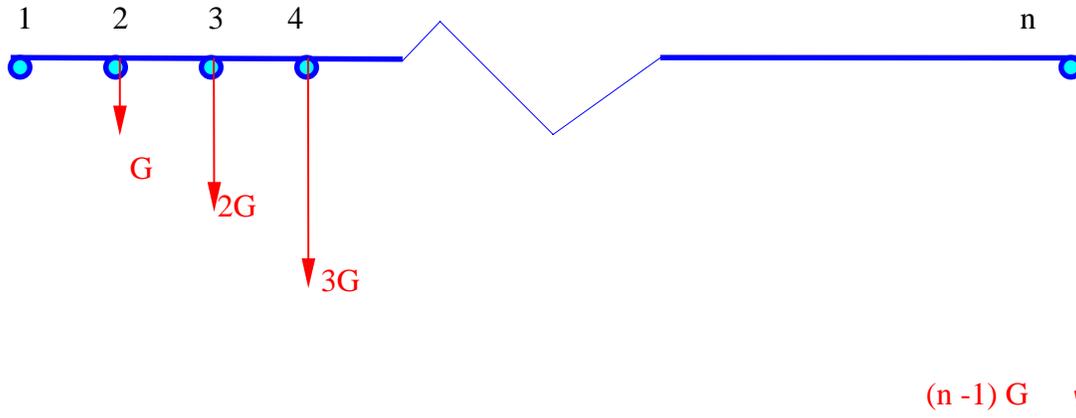
$$FFC(n,i) = \frac{1}{FAC(n,i)}$$

$$FRC(n,i) = \frac{1}{FVA(n,i)}$$

$$FRC(n,i) = FFC(n,i) + i$$

IV.9 - SÉRIE GRADIENTE

Denomina-se *série em gradiente* a uma série de pagamentos $G, 2G, 3G, \dots, (n-1)G$ que ocorrem nos períodos 2, 3, 4,, n, respectivamente,



A série em gradiente pode ser *decomposta* em diversas séries uniformes G : uma começando no período 2, a outra começando no período 3, a outra no período 4, e assim por diante.

O montante acumulado no período n será :

$$\begin{aligned}
 S &= G \times \text{FAC}(i, n-1) + G \times \text{FAC}(i, n-2) + \dots + G \times \text{FAC}(i, 1) = \\
 &= G \times [\text{FAC}(i, n-1) + \text{FAC}(i, n-2) + \dots + \text{FAC}(i, 1)] = \\
 &= G \times \left[\frac{(1+i)^{n-1} - 1}{i} + \frac{(1+i)^{n-2} - 1}{i} + \dots + \frac{(1+i)^1 - 1}{i} \right] = \\
 &= \frac{G}{i} [(1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \dots + (1+i) - (n-1)] = G \left[\frac{\text{FAC}(i, n)}{i} - \frac{n}{i} \right] = \\
 &= G \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i^2} - \frac{n}{i} \right]
 \end{aligned}$$

Como $R = S \times \text{FFC}(i, n)$, temos

$$\mathbf{R = G \left[\frac{1}{i} - \frac{n}{i} \left(\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right) \right]}$$

O termo entre colchetes é denominado *fator gradiente* e estabelece a equivalência entre G e R .

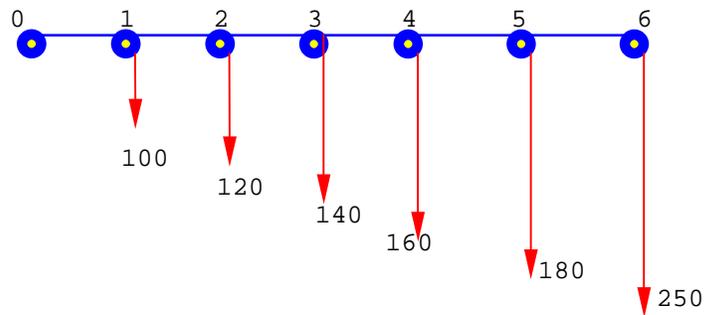
$$\begin{aligned}
 R &= G \times \text{FG}(i, n) \\
 P &= R \times \text{FVA}(i, n) = G \times \text{FG}(i, n) \times \text{FVA}(i, n)
 \end{aligned}$$

$$VP = G \times GFVA(i,n)$$

É muito mais fácil utilizar a HP 12C, introduzindo o fluxo de caixa através das teclas:
g CF₀, g CF_j, f NPV.

EXEMPLO

1. Determine o valor atual do fluxo de caixa que se segue, a juros de 10% por período.



SOLUÇÃO

Observe-se que o fluxo pode ser decomposto em uma série uniforme com $R = 100$ mais uma série gradiente com $G = 20$ e um montante $S = 50$ (no final). Assim, o valor atual será:

$$\begin{aligned} VP &= 100 \times FVA(10\%,6) + 20 \times GFVA(10\%,6) + 50 \left\{ \frac{1}{(1+0,10)^6} \right\} = \\ &= 435,5 + 193,6 + 28,2 = 657,3 \text{ ou seja,} \\ \mathbf{VP} &= \mathbf{R\$ 657,30} \end{aligned}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

IV.10 - TAXA NOMINAL e TAXA EFETIVA

TAXA NOMINAL - é aquela consignada nos contratos relativos a operações financeiras. É também conhecida como **taxa contratada** ou **taxa oferecida**.

Na taxa nominal emprega-se uma unidade de tempo que não coincide com a unidade de tempo dos períodos de capitalização. A taxa nominal é quase sempre fornecida em termos anuais. Assim, por exemplo,

- 35% ao ano, com capitalização mensal;
- 16% ao ano, com capitalização semestral;
- 36% ao mês, com capitalização diária.

Veja bem: A taxa nominal é muito utilizada no mercado, quando da formalização dos negócios. Não é, porém, utilizada diretamente nos cálculos, por não corresponder, de fato, ao ganho/custo financeiro do negócio.

Qual é, então, a **taxa efetivamente** utilizada?
É a taxa efetiva.

TAXA EFETIVA - nesta taxa a unidade de referência de tempo é a mesma unidade de tempo dos períodos de capitalização. Assim, por exemplo,

- 400% ao ano, com capitalização anual;
- 180% ao semestre, com capitalização semestral;
- 40% ao mês, com capitalização mensal.

Quando trabalhamos com taxas efetivas, omitimos o seu período de capitalização.

Como se obtém a TAXA EFETIVA?

O seu valor pode ser determinado através da **equivalência**: o principal **VP** aplicado à taxa i_{aa} durante um ano deve produzir mesmo montante que quando aplicado à taxa i durante m períodos:

$$VP(1 + i_{aa}) = VP(1 + i)^m.$$

Portanto,

$$i_{aa} = (1 + i)^m - 1 = \text{FAC}(m, i) - 1$$

EXEMPLO

Sejam R\$ 100,00 aplicados a 2% ao mês, capitalizados mensalmente.
Taxa nominal: $i_N = 12 \times 2\% = 24\%$ ao ano.
Taxa efetiva: $i_E = (1 + 0,02)^{12} - 1 = 1,268 - 1 = 0,268 = 26,8\%$ ao ano
O montante após um ano será $100(1 + 0,268) = 126,8$ e não $100(1 + 0,24) = 124$ como se poderia supor!!.

A distinção entre **taxa efetiva** e **taxa nominal** é de suma importância. Em situações envolvendo empréstimos ou financiamentos, por exemplo, a taxa que figura nos contratos é geralmente a taxa nominal, que não pode ser tomada como critério de decisão.

EXEMPLO

Uma letra de câmbio de R\$ 1.000,00 e prazo de três meses, e vendida por R\$ 930,00; os juros efetivos são de 2,5% ao mês, uma vez que $R\$ 930,00 \times \text{FAC}(3, 2,5\%) = R\$ 1.000,00$. Por outro lado, pode-se conseguir um empréstimo no Banco a 1,8% ao mês. Conseqüentemente eis aqui um método seguro de ganhar dinheiro: tomar a 1,8% no Banco e empregar a 2,5% em [Letras de Câmbio](#).

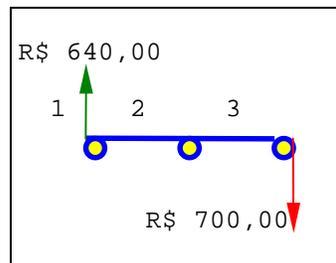
Mas será mesmo?

Discuta o investimento.

SOLUÇÃO

O exame detalhado das condições que acompanham o empréstimo a 1,8% há de revelar que a operação custa efetivamente muito mais. Primeiro os juros são descontados antecipadamente: num empréstimo de R\$ 1.000,00, por um prazo de três meses, o desconto atinge a $3 \times 1,8\% \times R\$ 1.000,00 = R\$ 54,00$. Segundo, é preciso pagar 0,2% de imposto sobre operações financeiras: $3 \times 0,2\% \times R\$ 1.000,00 = R\$ 6,00$. Terceiro, é possível que o Banco exija a manutenção de um saldo médio, a título de reciprocidade, que pode atingir a 30% do valor tomado por empréstimo; no caso R\$ 300,00.

Nestas condições, o fluxo de caixa correspondente ao empréstimo é:



Observe-se que os R\$ 300,00 de reciprocidade não podem ser usados pelo tomador, que se compromete a manter a quantia depositada na sua conta e devolvê-la, ao Banco findo o prazo do empréstimo.

Os juros efetivos são calculados a partir da fórmula:

$$S = P \times \text{FAC}(n, i)$$

$$700,00 = 640,00 \times \text{FAC}(3, i) \text{ ou } \text{FAC}(3, i) = 700/640 = 1,093$$

Portanto, $i = 3,03\%$

EXERCÍCIO

1. Quais os juros anuais equivalentes a 2,5% ao mês?

SOLUÇÃO

$$\text{taxa nominal : } i_N = 12 \times 2,5 = 30\%$$

$$\text{taxa efetiva: } i_E = (1 + 0,025)^{12} - 1 = 1,344 - 1 = 0,344$$

Portanto, 2,5% ao mês são equivalentes a $i_E = 34,4\%$ ao ano.

Na HP-12C podemos fazer a conversão de uma taxa Nominal em Efetiva facilmente,

Dada uma taxa de juros nominal e um número de períodos de composição por ano, este procedimento abaixo calcula a taxa de juros anual efetiva

1. Pressione g END e f FIN
2. Introduza a taxa nominal como uma porcentagem e pressione ENTER
3. Introduza o número de períodos de composição por ano, e então pressione $n \div i$.
4. Pressione CHS PMT e FV para calcular a taxa efetiva

EXEMPLO

Qual é a taxa de juros anual efetiva se a taxa nominal anual de 5,25% é composta trimestralmente?

Solução

```
g END
f FIN
5.25 ENTER
5.26 4 n ÷ I
CHS PMT FV
```

Para aqueles que calculam essas taxas freqüentemente, introduza o seguinte programa na HP – 12C:

Manual da HP p. 182

Ver mais exercícios do Sammanez

CAPÍTULO V

SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO

A necessidade de recursos obriga àqueles que querem fazer investimentos a tomarem empréstimos e assumirem dívidas que são pagas com juros de formas que variam de acordo com contratos estabelecidos entre as partes interessadas.

As formas de pagamento dos empréstimos são chamadas *sistemas de amortização*.

Os sistemas de amortização são os mais variados, alguns prevendo pagamento único, outros possibilitando parcelamentos. Alguns desses sistemas de amortização são mais comuns e têm até denominações próprias, como o sistema PRICE, usado pelo Sistema Financeiro da Habitação ou o Sistema Americano, usado nos empréstimos internacionais. Outros não tem denominações próprias e, quando utilizados, são descritos pormenorizadamente nos contratos de empréstimo.

Quando a forma escolhida para a amortização de uma dívida prevê pagamento parcelado, existe interesse, tanto por parte do devedor como por parte do credor, em conhecer, a cada período de tempo, o estado da dívida, isto é, o total pago e o saldo devedor. Por isso, é comum a elaboração de *demonstrativos* que acompanham cada pagamento do empréstimo. Não existe um modelo único de demonstrativo mas de todos eles devem constar o *valor de cada pagamento* e o *saldo devedor*, devendo, ainda, o valor de cada pagamento ser subdividido em juros e amortização (*devolução do principal emprestado*).

A discriminação dessas duas parcelas dentro das prestações origina-se do fato de os juros serem dedutíveis para efeito de taxaço do Imposto de Renda.

A seguir são descritos alguns sistemas de amortização, seguidos de exemplos, para os quais são calculados os valores dos pagamentos e, nos casos de parcelamento, são elaborados os demonstrativos e/ou planilhas (inclusive eletrônicas através do Excel).

V.1 - SISTEMA DO MONTANTE

Por esse sistema, o devedor paga, *no final do prazo*, o **montante da dívida** que, conforme o contrato, pode ser calculado no regime de juros simples ou compostos.

Para se calcular o valor desse pagamento final, basta calcular o montante correspondente à dívida somada aos juros, simples ou compostos, conforme o caso. O valor da dívida será o valor presente VP e o pagamento final será o valor futuro VF, calculado com a taxa i contratada para o empréstimo por n períodos. Se o contrato prevê juros simples, tem-se:

$$VF = VP (1 + i n)$$

e se o contrato prevê juros compostos, tem-se:

$$VF = VP (1 + i)^n$$

EXEMPLO 1

Um empréstimo de R\$ 100.000,00 deve ser pago após quatro meses com juros de 10% a. m..
Calcular o pagamento final:

- supondo que o empréstimo foi feito no regime de juros simples.
- supondo que o empréstimo foi feito no regime de juros compostos.

SOLUÇÃO

- $VF = VP (1 + i n) = 100.000 (1 + 0,1 \cdot 4) = 140.000,00$
- $VF = VP (1 + i)^n = 100.000 (1 + 0,1)^4 = 146.410,00$

Na HP-12C
temos:
100000 PV
10 i
4 n
FV

Na Planilha Excel temos:
A1 0,10
B1 4
C1 10000
D1 =POTÊNCIA(1 + A1;B1)
E1 =C1*D1

V.2 - SISTEMA DE JUROS ANTECIPADOS

Por esse sistema, o devedor paga o *total dos juros* na data da liberação do empréstimo. Como no sistema anterior, os juros poderão ser simples ou compostos.

É claro que, se os juros são pagos antecipadamente, o valor liberado como empréstimo (empréstimo efetivo) não coincide com o valor solicitado pelo devedor, o que faz com que a *taxa efetiva* a que ele se obriga seja diferente da *taxa nominal* contratada. Com os juros pagos antecipadamente, o devedor pagará no final apenas o valor solicitado como empréstimo

Chamando de VP o valor efetivamente liberado (empréstimo efetivo) e de VF o pagamento final (empréstimo contratado) e supondo que o empréstimo foi feito à taxa i de juros simples e pelo prazo de n períodos, o valor liberado será:

$$VP = VF - VF i n$$

ou

$$VP = VF(1 - i n)$$

o que corresponde ao valor solicitado descontado com desconto comercial simples.

Para calcular a taxa efetiva i_e paga pelo devedor, basta usar a fórmula de montante de juros simples considerando o empréstimo efetivo como VP e o empréstimo contratado como VF. Tem-se, então:

$$i_e = \frac{\frac{FV}{PV} - 1}{n}$$

Se o empréstimo foi contratado com juros compostos, o valor liberado será:

$$VP = VF - (VF(1 + i)^n - VF)$$

ou

$$VP = VF - VF(1 + i)^n + VF$$

ou ainda:

$$VP = VF(2 - (1 + i)^n)$$

e a taxa efetiva será:

$$i_e = \sqrt[n]{\frac{FV}{PV}} - 1$$

Na prática, essas fórmulas não são necessárias como se pode ver no exemplo seguinte:

EXEMPLO 2

Considere-se o mesmo exemplo anterior, de um empréstimo de R\$ 100.000,00, à taxa de 10%, pelo prazo de quatro meses. Se os juros são cobrados antecipadamente, calcular o valor liberado, o valor a ser pago no final do prazo e a taxa efetiva:

- para o regime de juros simples.
- para o regime de juros compostos.

SOLUÇÃO

$$a. VP = VF (1 - i n) = 100.000,00 (1 - 0,1 \cdot 4) = 60.000,00$$

$$i_e = \frac{\frac{FV}{PV} - 1}{n} = \frac{\frac{100.000}{60.000} - 1}{4} = 0,1667$$

$$b. VF = VP (1 + i)^n = 100.000 (1 + 0,1)^4 = 146.410,00$$

$$146.410,00 - 100.000,00 = 46.410,00 \quad (\text{juros antecipados})$$

$$100.000 - 46.410 = 53.590,00 \quad (\text{valor liberado})$$

$$VF = VP (1 + i_e)^n \Rightarrow 100.000 = 53.590 (1 + i_e)^4 \Rightarrow i_e = 0,1688$$

V.3 - SISTEMA AMERICANO

Por esse sistema, o devedor paga os *juros periodicamente*; o valor emprestado é pago no **final do prazo estipulado** para o empréstimo.

Chamando de VP o valor emprestado à taxa i, os juros pagos em cada período são iguais e calculados como:

$$J = VP \cdot i$$

Terminado o prazo, o devedor, no último pagamento, além dos juros, paga o capital emprestado VP.

Observe que, por esse sistema, é indiferente que o regime de juros seja simples ou composto, pois, como os juros são pagos periodicamente, o saldo devedor é sempre o mesmo, o que não muda o valor básico para o cálculo dos juros.

EXEMPLO 3

Considere, ainda, o mesmo empréstimo de R\$ 100.000,00 feito à taxa de 10% a.m., pelo prazo de quatro meses. Qual será o desembolso mensal de devedor se o empréstimo for feito pelo **Sistema Americano** com juros pagos mensalmente?

SOLUÇÃO

$$J = VP \cdot i = 100.000 \cdot 0,1 = 10.000,00.$$

Nos três primeiros meses o desembolso foi de R\$ 10.000,00 correspondente ao pagamento dos juros. No quarto mês, seu desembolso foi de R\$ 110.000,00, sendo R\$ 10.000,00 correspondente aos juros e R\$ 100.000,00 para saldar a dívida.

N	PAGAMENTO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0	-	-	-	100.000,00
1	10.000,00	10.000,00	-	100.000,00
2	10.000,00	10.000,00	-	100.000,00
3	110.000,00	10.000,00	100.000,00	-

Os juros poderiam ser capitalizados e pagos após o período de carência

V.4 - SISTEMA PRICE, FRANCÊS OU DE PRESTAÇÕES CONSTANTES

Por esse sistema, o devedor paga o empréstimo em *prestações iguais* imediatas, incluindo, em cada uma, uma amortização parcial do empréstimo e os juros sobre o saldo devedor. O número de prestações varia em cada contrato.

Suponha-se o empréstimo **VP**, feito à taxa **i** para ser pago em **n** prestações, pelo sistema PRICE. As prestações são calculadas como se fossem os termos **PMT** de uma renda imediata cujo valor presente é **VP**:

$$PMT = VP \cdot a^{-1}_{n|i}$$

Como o sistema PRICE prevê pagamento da dívida de forma parcelada, é conveniente para o devedor e também para o credor que se elabore um demonstrativo ou planilha que mostre o estado da dívida em cada período do prazo fixado. Como já se disse no início do capítulo, não existe um modelo único de demonstrativo e cada instituição financeira adota o seu modelo de acordo com os seus interesses ou com as exigências legais de cada caso. O modelo mais simples seria um quadro, como o reproduzido a seguir, com colunas para data (0, 1, 2, 3, ..., N), valor dos pagamentos (PMT), valor dos juros (J_1, J_2, \dots, J_n), valor das amortizações (A_1, A_2, \dots, A_n) e saldos devedores (SD_1, SD_2, \dots, SD_n)

N	PAGAMENTO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0	-	-	-	$SD_0 = VP$
1	PMT	$J_1 = i \cdot SD_0$	$A_1 = PMT - J_1$	$SD_1 = SD_0 - A_1$
2	PMT	$J_2 = i \cdot SD_1$	$A_2 = PMT - J_2$	$SD_2 = SD_1 - A_2$
.
.
.
n	PMT	$J_n = i \cdot SD_{n-1}$	$A_n = PMT - J_n$	$SD_n = 0$

EXEMPLO 4

Considerando, ainda, o mesmo empréstimo de R\$ 100.000,00, feito à taxa de 10% a.m., por quatro meses, agora devendo ser pago no **Sistema PRICE**, determinar o pagamento mensal e fazer um demonstrativo do estado da dívida nesses quatro meses.

SOLUÇÃO

$$PMT = VP \cdot a^{-1}_{4|0,10} = VP \cdot \left[\frac{(1 + 0,10)^4 - 1}{0,10(1 + 0,10)^4} \right]^{-1} = 31.547,08 \dots (\text{pagamento mensal})$$

$$J_1 = VP \cdot i = 100.000 \cdot 0,1 = 10.000$$

$$A_1 = PMT - J_1 = 31.547,08 - 10.000 = 21.547,08$$

$$SD_1 = SD_0 - A_1 = 100.000 - 21.547,08 = 78.452,92$$

$$J_2 = SD_1 \cdot i = 78.452,92 \cdot 0,1 = 7.845,29$$

$$A_2 = PMT - J_2 = 31.547,08 - 7.845,29 = 23.701,79$$

$$SD_2 = SD_1 - A_2 = 78.452,92 - 23.701,79 = 54.751,13$$

.

.

.

N	PAGAMENTO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0	-	-	-	100.000
1	31.547,08	10.000,00	21.547,08	78.452,92
2	31.547,08	7.845,29	23.701,79	54.751,13
3	31.547,08	5.475,11	26.071,97	28.679,16
4	31.547,08	2.867,92	28.679,16	0

Pode-se observar que os juros são cada vez menores, uma vez que são calculados sobre o saldo devedor que é cada vez menor. Conseqüentemente, as amortizações são cada vez maiores para que, somadas aos juros, totalizem prestações iguais.

Abrir a pasta [PRICE](#) no Excel para ver como fica esta planilha eletrônica.

O termo **carência** designa o período que vai desde a data de concessão do empréstimo até a data em que será paga a primeira prestação. Em geral, este período é negociado entre o credor e o mutuário, ou devedor. Qualquer sistema de amortização pode ter, ou não, prazo de carência. O exemplo a seguir ilustra este fato.

EXEMPLO 5

Um empréstimo de \$200.000,00 será pago pelo Sistema Price de Amortização em 4 parcelas mensais postecipadas, com um **período de carência** de 3 meses em que seriam pagos unicamente os juros contratados de 10% a.m.. Construir a Planilha de Amortização.

SOLUÇÃO

$$PMT = VP \cdot a^{-1}_{n|i} = VP \cdot \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n} \right]^{-1} = 63.094,00 \dots (\text{pagamento mensal})$$

N	PAGAMENTO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0	-	-	-	200.000,00
1	20.000,00	20.000,00	-	200.000,00
2	20.000,00	20.000,00	-	200.000,00
3	63.094,00	20.000,00	43.094,00	156.906,00
4	63.094,00	15.690,00	47.403,40	109.502,60
5	63.094,00	10.950,26	52.143,74	57.358,86
6	63.094,00	5.735,89	57.358,86	-

EXEMPLO 6

No exemplo anterior, se durante o período de carência os juros forem capitalizados e incorporados ao principal para serem amortizados nas prestações, construir a planilha de amortização.

SOLUÇÃO

O empréstimo começará a ser amortizado no fim do 3º mês de carência. Logo, o saldo devedor do empréstimo deverá ser capitalizado à taxa de 10% durante 2 meses.

$$SD_2 = 220.000 \times (1,10)^2 = 242.000$$

As prestações são calculadas sobre o empréstimo capitalizado até o segundo mês.

$$R = VP \cdot a^{-1}_{4|10} = 242.000 \cdot \left[\frac{(1+0,10)^4 - 1}{0,10(1+0,10)^4} \right]^{-1} = 76.343,82 \dots (\text{pagamento mensal})$$

N	PAGAMENTO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0	-	-	-	200.000,00
1	-	-	-	220.000,00
2	-	-	-	242.000,00
3	76.343,82	24.200,00	52.143,82	189.856,18
4	76.343,82	18.985,62	57.358,20	132.497,98
5	76.343,82	13.249,80	63.094,02	69.403,96
6	76.343,82	6.940,40	69.403,96	-

V.5 - SISTEMA DE AMORTIZAÇÕES CONSTANTES - SAC

Neste sistema, o devedor paga o empréstimo em prestações que incluem em cada uma delas, uma *amortização constante + juros sobre o saldo devedor*.

$$A = \frac{PV}{n}$$

OBSERVAÇÃO:- As amortizações são IGUAIS

N	PAGAMENTO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0	-	-	-	$SD_0 = VP$
1	$R_1 = A + J_1 = A + VP \cdot i$	$J_1 = i \cdot SD_0 = VP \cdot i$	A	$SD_1 = SD_0 - A$
2	$R_2 = A + J_2 =$ $A + (VP - A) \cdot i$	$J_2 = i \cdot SD_1 =$ $(SD_0 - A) \cdot i =$ $(VP - A) \cdot i$	A	$SD_2 = SD_1 - A$
3	$R_3 = A + J_3 =$ $A + (VP - 2A) \cdot i$	$J_3 = i \cdot SD_2 =$ $(SD_1 - A) \cdot i =$ $(VP - 2A) \cdot i$	A	$SD_3 = SD_2 - A$
.				
.				
.				
n	$R_n = A + J_n =$ $A + [VP - (n-1)A] \cdot i$	$J_n = i \cdot SD_{n-1} =$ $(SD_{n-1} - A) \cdot i =$ $[VP - (n-1)A] \cdot i$	A	$SD_n = 0$

EXEMPLO 7

Considerando, mais uma vez, o mesmo empréstimo de R\$ 100.000,00, feito à taxa de 10% a.m., por quatro meses, agora devendo ser pago no sistema SAC, fazer um demonstrativo do estado da dívida nesses quatro meses.

SOLUÇÃO

$$A = \frac{PV}{n} = \frac{100000}{4} = 25000$$

$$J_1 = VP \cdot i = 100.000 \cdot 0,1 = 10.000,00$$

$$R_1 = A + J_1 = 25.000 - 10.000 = 35.000,00$$

$$SD_1 = SD_0 - A = 100.000 - 25.000,00 = 75.000,00$$

$$J_2 = SD_1 \cdot i = 75.000 \cdot 0,1 = 7.500,00$$

$$R_2 = A + J_2 = 25.000 - 7.500 = 32.500,00$$

$$SD_2 = SD_1 - A_2 = 75.000 - 25.000 = 50.000,00$$

.

.

.

N	PAGAMENTO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0	-	-	-	100.000,00
1	35.000,00	10.000,00	25.000,00	75.000,00
2	32.500,00	7.500,00	25.000,00	50.000,00
3	30.000,00	5.000,00	25.000,00	25.000,00
4	27.500,00	2.500,00	25.000,00	0

EXEMPLO 8

Um empréstimo de \$200.000,00 será pago pelo Sistema SAC de Amortização em 3 parcelas mensais postecipadas, com um período de carência de 3 meses. As amortizações serão calculadas sobre o valor inicial emprestado mais os juros capitalizados durante a carência. Considerando uma taxa de juros contratados de 10% a.m.. Construir a Planilha de Amortização.

SOLUÇÃO

Devemos capitalizar o saldo devedor do empréstimo. No terceiro mês, o saldo devedor será:

$$SD_3 = 200.000,00 \times (1,10)^3 = 266.200,00$$

Portanto, as parcelas de amortização serão:

$$A_t = \frac{266.200}{3} = 88.733,33$$

N	PAGAMENTO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0	-	-	-	200.000,00
1	-	-	-	220.000,00
2	-	-	-	242.000,00
3	-	-	-	266.200,00
4	115.353,33	26.620,00	88.733,33	177.466,67
5	106.480,00	17.746,67	88.733,33	88.733,33
6	97.606,66	8.873,33	88.733,33	-

Devido aos 3 meses de carência, os juros serão pagos a partir do final do quarto mês.

V.6 - SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO MISTO - SAM

Neste sistema, o devedor paga o empréstimo em prestações em que cada uma é a média aritmética dos valores encontrados para as prestações dos sistemas PRICE e SAC.

OBS:- Os juros, as amortizações e os saldos devedores também serão média aritmética.

Na prática só as prestações são calculadas assim!!!!

N	PAGAMENTO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0	-	-	-	$SD_0 = VP$
1	$R_1 = (PMT + P_1)/2$	$J_1 = i * SD_0 = VP * i$	$A_1 = P_1 - J_1$	$SD_1 = SD_0 - A_1$
2	$R_2 = (PMT + P_2)/2$	$J_2 = i * SD_1$	$A_2 = P_2 - J_2$	$SD_2 = SD_1 - A_2$
3	$R_3 = (PMT + P_3)/2$	$J_3 = i * SD_2$	$A_3 = P_3 - J_3$	$SD_3 = SD_2 - A_3$
.				
.				
.				
.				
n	$R_n = (PMT + P_n)/2$	$J_n = i * SD_{n-1}$	$A_n = P_n - J_n$	$SD_n = 0$

EXEMPLO 9

Considerando, novamente, o mesmo empréstimo de R\$ 100.000,00, feito à taxa de 10% a.m., por quatro meses, agora devendo ser pago no **sistema SAM**, fazer um demonstrativo do estado da dívida nesses quatro meses.

SOLUÇÃO

$$PMT = 31.547,08$$

$$P_1 = 35.000,00 \quad P_2 = 32.500,00 \quad P_3 = 30.000,00 \quad P_4 = 27.500,00$$

$$J_1 = VP \cdot i = 100.000 \cdot 0,1 = 10.000,00$$

$$R_1 = (PMT + P_1)/2 = 33.273,54$$

$$A_1 = R_1 - J_1 = 33.273,54 - 10.000 = 23.273,54$$

$$SD_1 = SD_0 - A_1 = 100.000 - 23.273,54 = 76.726,46$$

$$J_2 = SD_1 \cdot i = 76.726,46 \cdot 0,1 = 7.672,65$$

$$R_2 = (PMT + P_2)/2 = 32.023,54$$

$$A_2 = R_2 - J_2 = 32.023,54 - 7.672,65 = 24.350,89$$

$$SD_2 = SD_1 - A_2 = 76.726,46 - 24.350,89 = 52.375,57$$

.

.

.

N	PAGAMENTO	JUROS	AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0	-	-	-	100.000,00
1	33.273,54	10.000,00	23.273,54	76.726,46
2	32.023,54	7.672,65	24.350,89	52.375,57
3	30.773,54	5.237,56	25.535,98	26.839,59
4	29.523,54	2.683,96	26.839,58	0

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Um empréstimo de R\$ 100.000,00 deve ser pago em três meses, com juros de 18% a.m.. Descreva como será o pagamento em cada caso e faça uma planilha (com pagamentos, juros, amortização e saldo devedor) para os casos em que o pagamento é parcelado:
 - a. Capital e Juros Simples pagos no final. Resp: R\$ 154.000,00
 - b. Capital e juros compostos pagos no final Resp: R\$ 164.303,20
 - c. Juros pagos mensalmente e capital pago no final (Sistema Americano) Resp: R\$ 18.000,00 por mês e R\$ 100.000,00 no final
 - d. Juros simples pagos antecipadamente e capital pago no final. Resp: R\$ 54.000,00 antecipados (empréstimo real de R\$ 46.000,00) e também R\$ 100.000,00 no final.
 - e. Juros compostos pagos antecipadamente e capital pago no final. Resp: R\$ 64.303,20 antecipados (empréstimo real de R\$ 35.696,80) e também R\$ 100.000,00 no final
 - f. Três prestações mensais iguais, vencendo a primeira 30 dias após o empréstimo (Sistema Price) Resp: Três prestações mensais de R\$ 45.992,39
 - g. Três prestações mensais com amortizações iguais, pelo SAC. Resp: Três prestações mensais de R\$ 51.333,33; R\$ 45.333,33 e R\$ 39.333,33, respectivamente
 - h. Três prestações mensais, pelo Sistema SAM Resp: Três prestações mensais de R\$ 48.662,86; R\$ 45.662,86 e R\$ 42.662,86, respectivamente
 - i. Duas prestações mensais iguais, vencendo a primeira 60 dias após o empréstimo. Resp: Duas prestações mensais de R\$ 75.368,44 vencendo respectivamente 60 e 90 dias após o empréstimo.
2. Uma pessoa tomou um empréstimo de R\$ 75.000,00 a 15,5% a.m. para pagar em seis meses pelo sistema Americano. A fim de economizar a quantia que deve pagar no final (capital mais última parcela de juros), faz depósitos numa instituição financeira que paga 12,7% a.m.. Que depósito deve fazer no início de cada mês? Faça o demonstrativo com depósitos, juros recebidos e montante em cada período. Resp: R\$ 9.305,60
3. Precisando de algum dinheiro, fui penhorar minhas jóias numa casa de penhor que as avaliou em R\$ 18.000.000,00. Os juros de praxe são calculados no sistema de juros simples, à taxa de 6% a.m., pelo prazo de seis meses e retidos antecipadamente.
 - a. Quanto recebi em dinheiro na data da penhora? Resp: R\$ 11.520.000,00
 - b. Quanto devo pagar no final, ao retirar as jóias? Resp: R\$ 18.000.000,00
 - c. Qual a taxa efetiva de juros simples cobrada na penhora? Resp: 9,375% a.m.
 - d. Qual a taxa efetiva de juros compostos cobrada na penhora? Resp: 7,72% a.m.
4. Uma pessoa contraiu uma dívida de R\$ 26.000,00 para ser resgatada no fim de dois anos com juros de 50,07% a.s., capitalizados semestralmente. Para construir um fundo de amortização, faz depósitos trimestrais (imediatos) numa instituição financeira que lhe paga 20% a.t..
 - a. Quanto deverá depositar por trimestre a fim de ter o suficiente para pagar o capital mais os juros no fim dos dois anos? Resp: R\$ 7.992,62
 - b. Se pagar os juros semestralmente (sistema Americano), quanto deve depositar por trimestre para pagar os juros nas datas previstas e o capital no final? Resp: R\$ 7.493,21
 - c. Faça um demonstrativo para verificar que os depósitos são suficientes para pagar quantias necessárias nas datas previstas.
5. Uma pessoa toma emprestado um valor de R\$ 100.000,00 para pagar com juros de 12% a.m., em cinco prestações mensais, vencendo a primeira dez meses após o empréstimo.
 - a. De quanto serão as prestações? Resp: R\$ 76.927,90
 - b. Qual a taxa efetivamente cobrada pela financeira, se na data do empréstimo é cobrada uma taxa de seguro de 2,5% sobre seu valor? Resp: 12,24% a.m.
6. Uma pessoa toma um empréstimo de R\$ 200.000,00 pelo prazo de um ano. O credor propõe-lhe, para escolha, duas formas de pagamento: um pagamento final de R\$ 53.000,00 ou pagamentos trimestrais de R\$ 630.000,00 e o capital final. Qual a forma de pagamento que o tomador deve escolher? Justifique. Resp: deve escolher a primeira forma (pagamento final de R\$ 530.000,00) que corresponde a uma taxa de juros de 8,46% a.m.
7. Um empréstimo deve ser saldado daqui a dois meses com um único pagamento de R\$ 100.000,00. O devedor propõe pagar R\$ 60.000,00 agora e os restantes R\$ 40.000,00 com data a combinar. Se o credor quer ganhar 15% a.m., capitalizados mensalmente, qual será a data fixada para o segundo pagamento? Resp: Daqui a 6 meses e 22 dias
8. Uma pessoa tomou emprestado R\$ 20.000,00 para pagar depois de oito meses o capital mais os juros compostos de 12% a.m.. Dois meses antes da data marcada para a liquidação da dívida, procurou o

- credor propondo um pagamento de R\$ 12.000,00 naquela data e se comprometendo a pagar R\$ 34.000,00 após dois meses. O credor aceitou o acordo.
- Quanto o devedor deveria pagar no final dos oito meses se o contrato não sofresse alteração Resp: R\$ 49.519,26
 - Quanto ficou devendo após efetuar o pagamento de R\$ 12.000,00 na data do acordo? Resp: R\$ 27.476,45
 - Quem levou vantagem com o acordo, o devedor ou o credor? Justifique Resp: O devedor levou vantagem, porque reduziu a taxa para 11,23% a.m.
9. Um empréstimo de R\$ 120.000,00 deve ser pago pelo sistema PRICE em quatro prestações mensais, com juros de 10% a.m.. Calcular o valor das prestações nos seguintes casos:
- A primeira vence seis meses após o empréstimo. Resp: R\$ 60.968,27
 - As prestações são imediatas. Resp: R\$ 37.856,50
 - As prestações são imediatas e devem ser atualizadas de acordo com as seguintes taxas mensais de inflação 5,68%, 9,18%, 12,84% e 14,14%. Faça o demonstrativo deste caso contendo prestações, juros, amortização, saldo devedor e saldo devedor atualizado. Resp: As prestações serão, assim, respectivamente: R\$ 40.006,75, R\$ 43.679,37; R\$ 49.287,80; R\$ 56.257,09
10. Um empréstimo de R\$ 250.000,00 deve ser pago, com juros de 8% a.m. , em 20 parcelas mensais, pelo SAC. Calcule os dois primeiros e os dois últimos pagamentos e faça um demonstrativo com apenas esses períodos. Resp: 1ª: R\$ 32.500,00 2ª.: R\$31.500,00 19 R\$14.500,00 20ª: R\$ 13.500
11. Uma financeira empresta dinheiro por seis meses a 15% a.m. de juros compostos. Na data da liberação do empréstimo, 5% do seu valor fica retido a título de caução.
- Qual a taxa mensal efetiva que o tomador paga, se o valor da caução não é restituído? Resp: 15,99% a.m.
 - Qual a taxa mensal efetiva que o tomador paga, se o valor da caução é restituído na data em que salda a dívida? Resp: 15,57% a.m.
12. Uma financeira cobra juros compostos antecipados de 7,5% a.m. nos empréstimos que concede. Se uma empresa precisa de R\$ 2.000.000,00 por três meses, quanto deve solicitar para que, pagando os juros, receba a quantia de que necessita? Resp: R\$ 2.639.556,23

CAPÍTULO 6

O MERCADO FINANCEIRO

O mercado financeiro é o mercado onde os recursos excedentes da economia (poupança) são direcionados para o financiamento de empresas e de novos projetos (investimentos). No mercado financeiro tradicional, o dinheiro depositado em bancos por poupadores é utilizado pelas instituições financeiras para financiar alguns setores da economia que precisam de recursos. Por essa intermediação, os bancos cobram do tomador do empréstimo (no caso as empresas) uma taxa - spread -, a título de remuneração, para cobrir seus custos operacionais e o risco da operação. Quanto maior for o risco de o banco não receber de volta o dinheiro, maior será a spread.

O mercado de capitais faz parte do mercado financeiro. Nele, os recursos dos poupadores são destinados à promoção do desenvolvimento econômico de forma direta, isto é, de projetos e empresas. É no mercado de capitais que empresas que precisam de recursos conseguem financiamento, por meio da emissão de títulos, vendidos diretamente aos poupadores/investidores, sem intermediação bancária. Dessa forma, os investidores acabam emprestando o dinheiro de sua poupança a empresas, também sem a intermediação bancária.

O repasse dos recursos de poupadores/investidores às empresas pode ser feito de duas formas :

1. **Dívida:** Os investidores compram títulos emitidos pelas empresas que precisam de dinheiro. Esses títulos dão aos investidores o direito de receber a quantia emprestada, mais juros previamente determinados. Os títulos são chamados de *títulos de dívida* e esse mercado é conhecido como mercado de renda fixa.
2. **Ações:** Também aqui os investidores compram títulos emitidos por empresas. Mas os títulos *não* garantem remuneração *fixa* aos investidores. A remuneração dos títulos são os dividendos - parte do lucro que uma empresa de capital aberto distribui entre seus acionistas. Os investidores tornam-se *sócios* da empresa. Esses títulos são chamados *ações* e o mercado é conhecido como mercado de renda variável.

Entre o mercado de capitais e o mercado financeiro tradicional existem duas diferenças básicas, que tornam o primeiro mais eficiente do que o segundo:

- No mercado de capitais a captação de recursos por empresas é mais barata, pois não há necessidade do pagamento da spread aos bancos.
- Para o investidor é vantajoso, pois ele pode desfazer-se do título a qualquer momento, o que não seria possível num empréstimo tradicional. Ou seja, se o investidor mudar de opinião quanto ao risco de investir em determinada empresa, pode vender os títulos no mercado. Essa liquidez (facilidade de compra e de venda) reduz o seu risco de perda. Assim, o mercado de capitais faz com que o repasse de recursos dos poupadores às empresas seja mais interessante para ambas as partes .

O **mercado de capitais** é fundamental para o crescimento de um país, pois sem ele muitos projetos não conseguiriam sair do papel por falta de capital e financiamento. Muitas empresas perderiam sua competitividade e dificilmente conseguiriam desenvolver-se. Poucas sobreviveriam num ambiente sem a injeção de capital de investidores.

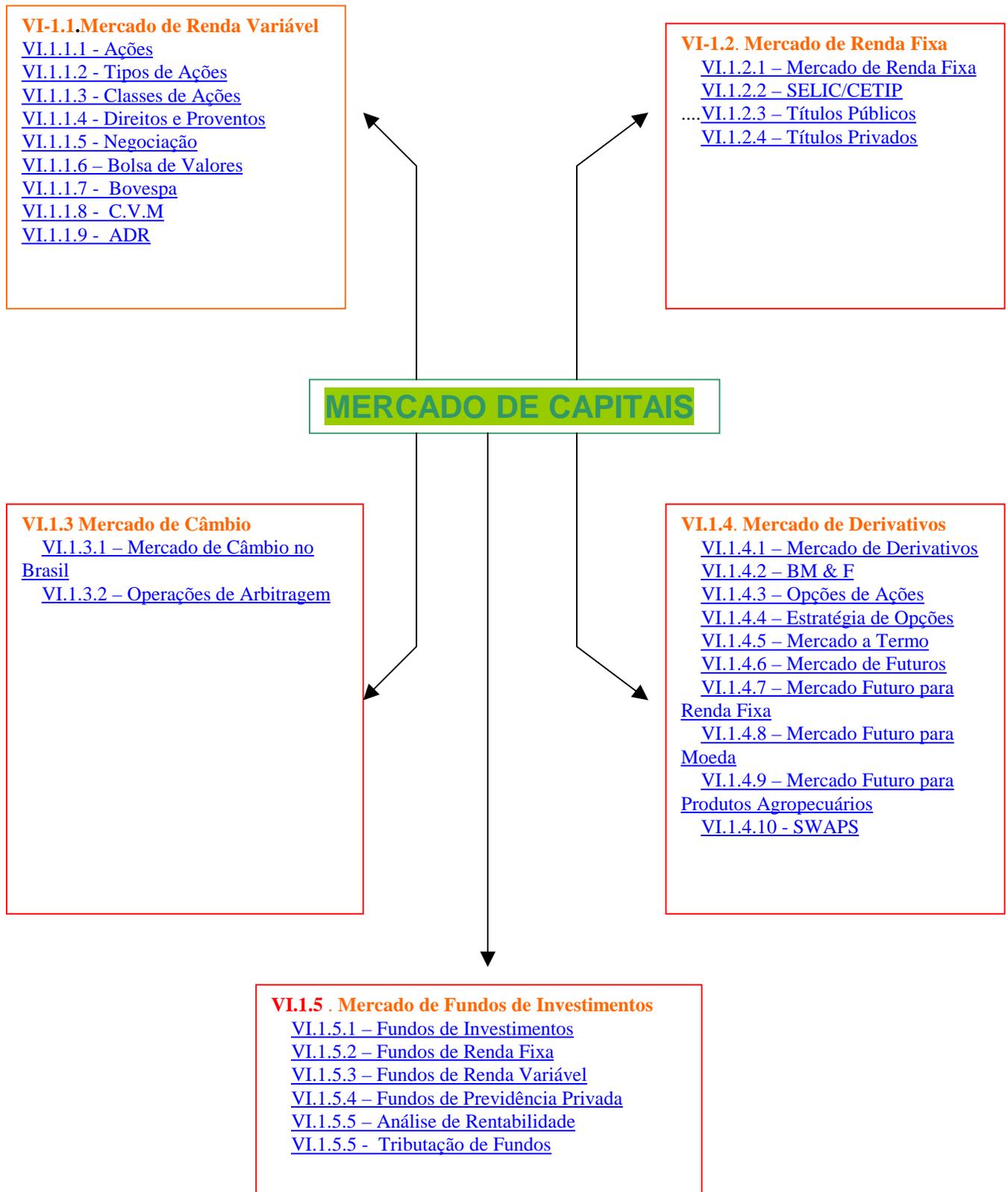
VI.1 – O MERCADO DE CAPITALIS

A colocação inicial dos títulos no mercado é chamada de lançamento no mercado primário. Quando essa colocação é feita pela primeira vez, no caso de ações, por exemplo, diz-se que a empresa está sendo listada em bolsa (em inglês IPO- Initial Public Offering).

A negociação desses títulos após a oferta inicial é feita em mercados secundários específicos. No Brasil temos:

- As bolsas de valores para as ações
- A Cetip (Central de Custódia e de Liquidação Financeira de Títulos Privados) para os títulos de dívida das empresas.
- O Selic (Sistema Especial de Liquidação e Custódia).para títulos públicos,

O Mercado de Capitais no Brasil pode ser esquematizado da seguinte maneira:



VI.1.1 - MERCADO DE RENDA VARIÁVEL - AÇÕES

VI.1.1.1 – O QUE SÃO AÇÕES?

Ações são a menor parcela do capital de uma empresa. As ações são títulos que **não** garantem remuneração predeterminada aos investidores. Como parte do capital de uma empresa, têm sua remuneração determinada pela capacidade da empresa em gerar lucro.

Os detentores de ações são *sócios* da empresa e, como tal, correm o risco de sucesso ou fracasso das estratégias adotadas pela mesma. Se o investidor mudar de opinião quanto à capacidade da empresa em conseguir lucro no mercado, pode comprar ou vender os papéis. Essa negociação é feita nas bolsas de valores, um mercado livre e aberto. O funcionamento desse mercado é regulado pela Comissão de Valores Mobiliários (CVM), cujo objetivo é garantir transparência nos negócios realizados em bolsa e das informações fornecidas pelas empresas.

VI.1.1.2 - TIPOS DE AÇÃO

ORDINÁRIAS (ON) - Conferem a seu detentor, chamado de acionista, o direito de voto nas assembleias de acionistas da empresa. Na assembleia são definidas as estratégias de negócios, são escolhidos os conselheiros e os diretores da empresa. Os dividendos - parte do lucro que a empresa distribui entre seus acionistas - podem não ser prioritários para esse tipo de ação.

PREFERENCIAIS (PN) - O acionista não participa das decisões estratégicas da empresa, mas por outro lado tem prioridade no recebimento de dividendos. Também em situações em que a empresa entra em processo de falência ou de dissolução, esse acionista tem prioridade no recebimento dos recursos oriundos da venda dos ativos da companhia. As ações preferenciais são as mais procuradas por investidores, apresentando maior liquidez (facilidade de compra e de venda no mercado). Por isso, é comum as ações preferenciais terem preço superior ao das ordinárias.

VI.1.1.5 - NEGOCIAÇÃO

Formação de preço

O preço das ações está diretamente relacionado à oferta e à procura. Quando as perspectivas de crescimento dos lucros de uma empresa aumentam, ampliando suas chances de valorização no mercado, a procura pelas ações da empresa também cresce e, conseqüentemente, seu preço.

As perspectivas envolvem fatores como a política econômica, estratégias da empresa, lançamentos, inovações tecnológicas e aumento da competitividade dentro de seu setor. Fusões, aquisições ou a possibilidade de fechamento de capital (recompra de todas as ações em circulação no mercado) também influenciam no preço das ações.

Lotes redondos e fracionados

Ao comprar ações na bolsa de valores por meio de corretoras é preciso determinar a quantidade de ações, isto é, os lotes que se quer adquirir. Em geral são negociados lotes com 1.000 ações. Isso significa que o preço de negociação em bolsa se refere a 1.000

ações. Apenas algumas ações são negociadas em lotes unitários. Os lotes fechados são chamados no mercado de lotes redondos. Há ainda a opção de compra de lotes menores do que os mínimos. São os lotes fracionados. O mercado fracionário tem liquidez menor, além de preços menos atraentes para o investidor.

Tipos de ordem de compra e venda :

- *Ordem a mercado:* O investidor especifica apenas a quantidade e o tipo de ação que quer comprar ou vender, sem estabelecer o preço, definido pelo mercado.
- *Ordem limitada:* O investidor limita o preço de compra ou de venda das ações para a corretora, que só executará o pedido se o mercado estiver operando de acordo com os limites estabelecidos.
- *Ordem casada:* O investidor especifica uma ordem de compra ou de venda de ações a um determinado valor, que só será executada se ambas as ordens forem atendidas.
- *Ordem de financiamento:* O investidor especifica uma ordem de compra ou de venda de uma ação e outra ao mesmo tempo de venda ou de compra da mesma ação, no mesmo mercado ou em outro

VI.1.1.6 - BOLSA DE VALORES

A bolsa de valores é um local, físico ou eletrônico, onde são negociados títulos e valores mobiliários emitidos por empresas. As ações são os títulos mais comprados e vendidos nas bolsas.

Como local físico (pregão), a bolsa de valores pode ser comparada a uma feira livre, onde os vendedores gritam os preços pelos quais estão dispostos a vender seus títulos. A freguesia também grita os preços que quer pagar pelos títulos. Dessa forma, a aparente confusão que se imagina existir no pregão das bolsas de valores nada mais é do que compradores e vendedores tentando chegar a um acordo quanto ao preço das ações.

No caso da bolsa eletrônica, as ordens de compra e de venda são enviadas eletronicamente pelas corretoras. O fechamento da operação somente se dá no momento em que os dois preços (de compradores e vendedores) coincidem.

Exemplo: Supondo que uma corretora envie uma ordem de compra de uma ação no valor de R\$ 100,00. Essa ordem é registrada no sistema e fica à espera da primeira ordem de venda enviada ao mesmo preço. No momento em que a ordem de venda coincidir com a de compra, o negócio será automaticamente fechado.

É importante ter em mente que Bolsa não é cassino. Por isso não deve ser vista como tal. Como descrito no item **Mercado de Capitais**, os investidores compram ações com o objetivo de tornarem-se sócios de uma empresa.

VI.1.1.7 - BOVESPA

A BOVESPA é a Bolsa de Valores de São Paulo, fundada em agosto de 1890. Sua sede administrativa fica na Rua XV de Novembro, 275, no centro da cidade de

São Paulo.

Atualmente, a [Bovespa](#) é a instituição com maior destaque no mercado acionário brasileiro por abrigar o maior centro de negociação dentre as nove [bolsas de valores](#) do País. A [Bovespa](#) é uma instituição formada por associações civis sem fins lucrativos, com autonomia administrativa, financeira e patrimonial. Toda regulamentação é supervisionada pela Comissão de Valores Mobiliários ([CVM](#)).

A [Bovespa](#) é integrada por sociedades corretoras que operam por meio de dois sistemas: o *físico* ([Pregão - Viva Voz](#)) e o *eletrônico* ([Megabolsa](#)). Além de ações, a [Bovespa](#) negocia também outros valores mobiliários de emissão ou coresponsabilidade de companhias abertas, como [debêntures](#), notas promissórias ([commercial-paper](#)), [opções](#), [bônus de subscrição](#) e [cota de fundos](#). Pela sua importância na América do Sul, a [Bovespa](#) também compra e vende certificados de depósitos de ações de empresas do [Mercosul](#), chamados **BDRs** (Brazilian Depositary Receipts), negociados de forma semelhante às [ADRs](#).

VI.1.1.8 - COMISSÃO DE VALORES MOBILIÁRIOS

A Comissão de Valores Mobiliários ([CVM](#)) é responsável pela *regulamentação e fiscalização* do **mercado de capitais** no Brasil. Como autarquia, sua administração é autônoma, embora a nomeação de seu presidente e de seus quatro diretores seja feita pelo Presidente da República. A principal função da [CVM](#) é garantir aos [investidores](#) do mercado de capitais segurança em suas operações. Essa segurança é possível por meio de normas, de maneira que as empresas possam ter suas [ações](#) negociadas em bolsa. A [CVM](#) também normatiza operações societárias (mudanças na estrutura acionária) e financeiras que possam colocar em risco a correta avaliação das empresas abertas (listadas em bolsa) por parte dos acionistas minoritários.

Companhias listadas na [Bovespa](#)

Para uma empresa ter suas ações negociadas em bolsa deve ser uma companhia ou [Sociedade Anônima](#) (SA) de acordo com a Lei nº 6.404, de 15 dezembro de 1976, além de estar regulamentada pela [CVM](#), apresentando sua situação financeira periodicamente.

As principais informações financeiras que as empresas devem enviar à [CVM](#) e o prazo para sua divulgação são :

Tipo	Descrição	Periodicidade	Entrega Até:
DFP	Demonstrações Financeiras Padronizadas	Anual	31/mar
IAN	Informações Anuais	Anual	31/mai
1º. ITR	Informações Trimestrais	Trimestral	15/abr
2º. ITR	Informações Trimestrais	Trimestral	15/jul
3º. ITR	Informações Trimestrais	Trimestral	15/out

VI.1.1.9 - American Depositary Receipts (ADR)

Os American Depositary Receipts são **recibos** emitidos por *bancos americanos*, lastreados em ações de empresas de outros países, como o Brasil, por exemplo. Os [ADR](#) são negociados nas bolsas americanas como se fossem ações. Todos os direitos e proventos são enviados ao investidor. O [ADR](#) também é utilizado por empresas para captar recursos no Exterior.

Existem três tipos de ADR:

Nível I - Recibos emitidos para dar [liquidez](#) às ações das empresas no [mercado secundário](#) americano, não permitindo que os recursos sejam captados pela empresa emissora da ação. Têm custo de emissão menor e só podem ser negociados no [mercado de balcão](#) americano, por investidores pré-qualificados pela SEC, órgão americano com funções semelhantes às da comissão de Valores Mobiliários ([CVM](#)).

Nível II - Os [ADRs](#) de Nível II têm as mesmas características dos de Nível I, podendo, no entanto, ser negociados em bolsa por qualquer investidor, uma vez que cumprem todos os requisitos de negociação de ações de empresas americanas estabelecidos pela SEC, inclusive as normas de contabilidade americanas (USGAAP).

Nível III - Recibos que cumprem todos os requisitos de negociação de ações americanas estabelecidos pela SEC. São emitidos por empresas que desejam captar recursos ([mercado primário](#)).

VI.1.2 - MERCADO DE RENDA FIXA

VI.1.2.1 - Mercado de Renda Fixa

O mercado de renda fixa tem como característica a negociação de títulos de dívida, que permitem aos investidores receber a quantia emprestada (principal) mais juros previamente determinados. Uma maneira de entender melhor esse mercado é entender a diferença entre o rendimento de **títulos de renda variável (ações)** e **títulos de renda fixa**:

- **Os títulos de renda variável (Ações)** *não garantem* ao investidor rendimento definido, não pagam juros sobre o capital, mas, dependendo do desempenho da empresa, o rendimento pode ficar muito acima dos títulos de renda fixa. Além disso, tem-se ainda a vantagem de conseguir *dividendos* quando uma empresa tem lucro em determinado período.
- **Os títulos de renda fixa** *garantem* ao investidor rendimentos predeterminados, como, por exemplo, a **taxa de juros** prefixada ou pós-fixada. Esses títulos são seguros para os investidores, uma vez que a possibilidade de perda de patrimônio é tendente a zero, isto é, dificilmente o valor na data de resgate será inferior ao valor investido. Os **títulos** são chamados de *privados* quando emitidos por instituições privadas e *públicos* quando emitidos pelo governo municipal, estadual ou federal.

Os títulos públicos federais são negociados entre bancos e instituições financeiras por meio do **Selic**. Os títulos privados, públicos estaduais e municipais são negociados e liquidados na **Cetip**. O investidor só tem acesso aos títulos públicos indiretamente, por meio dos fundos de investimentos.

VI.1.2.2 - SELIC/CETIP

O **SELIC** (*Sistema Especial de Liquidação e Custódia*) foi criado em 1979 e é administrado pelo **Banco Central do Brasil** por meio do **Comitê de Política Monetária (COPOM)**. Tem por finalidade administrar o **Mercado de Papéis Públicos**, predominantemente os federais de responsabilidade de órgãos públicos: **Banco Central do Brasil (BACEN)** e a Associação Nacional das Instituições dos Mercados Abertos (**ANDIMA**). É por meio desse *sistema* que as instituições financeiras conseguem negociar títulos federais com liquidação imediata

O **BACEN** emite os papéis com fins de Política Monetária do Governo, ou seja, controlar os meios de pagamento. Assim temos:

- **BBC** (Bônus do Banco Central);
- **LBC** (Letras do Banco Central);
- **BBC – A** (Bônus do Banco Central – Série A);
- **NBC – A** (Notas do Banco Central – Série E)

A **STN** (Secretaria do Tesouro Nacional) emite os seus papéis com fins de Política Orçamentária, ou seja, cobrir o orçamento do Governo que insiste em gastar mais do que arrecada, surgindo, então, as :

- **LTN** – Letras do Tesouro Nacional que são exatamente iguais aos **BBC** e portanto inteiramente diferentes das Letras do Tesouro anteriormente citadas

- [LFT](#) – Letras Financeiras do Tesouro que são absolutamente iguais às LBC
- [NTN](#) – H (Notas do Tesouro Nacional – Série H) que são atreladas à [TR](#);
- [NTN](#) – D (Notas do Tesouro Nacional – Série D) que são completamente iguais às NBC – E.

A moeda com que o SELIC negocia é a reserva bancária, ou seja, dinheiro imediatamente disponível.

A **Taxa SELIC** é a taxa média ajustada dos financiamentos diários, com [lastro](#) em títulos federais, apurados no SELIC. É também conhecida como taxa do *overnight* (**DO – Dê zero**), é formada pela movimentação de reservas entre as instituições financeiras lastreadas em títulos públicos federais.

As taxas do SELIC de 1995 até 2001 estão mostradas abaixo:

SELIC	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Janeiro	0,00%	2,58%	1,73%	2,67%	2,18%	1,46%	-
Fevereiro	3,63%	2,35%	1,67%	2,13%	2,38%	1,45%	-
Março	2,60%	2,22%	1,64%	2,20%	3,33%	1,00%	-
Abril	4,26%	2,07%	1,66%	1,71%	2,35%	-	-
Maio	4,25%	2,01%	1,58%	1,63%	2,02%	-	-
Junho	4,04%	1,98%	1,61%	1,60%	1,67%	-	-
Julho	4,02%	1,93%	1,60%	1,70%	1,66%	-	-
Agosto	3,84%	1,97%	1,59%	1,48%	1,57%	-	-
Setembro	3,32%	1,90%	1,59%	2,49%	1,49%	-	-
Outubro	3,09%	1,86%	1,67%	2,94%	1,38%	-	-
Novembro	2,88%	1,80%	3,04%	2,63%	1,39%	-	-
Dezembro	2,78%	1,80%	2,97%	2,40%	1,60%	-	-

A **taxa SELIC representa a taxa básica da economia brasileira !!!!** Em Janeiro de 2001 a taxa SELIC estava em torno de 15,75% ao ano. Neste momento a taxa de juros nos EEUA estava em baixa e o nosso [COPOM](#) estava estudando uma redução dessa taxa internamente no país. O Brasil lucrou bastante com a redução da taxa internacional: conseguiu comprar eurobônus com preços mais baixos.

A [CETIP](#) (*Central de Custódia e Liquidação Financeira de Títulos*), foi criada em 1986 com a finalidade de dar mais transparência, credibilidade e segurança nas operações realizadas no Mercado de Papéis Privados. É dirigida por um conselho de 5 membros que são presidentes das:

- Associação Nacional das Instituições do Mercado Aberto ([ANDIMA](#)) – *Presidente*
- Associação Nacional dos Bancos de Investimento e Desenvolvimento ([ANBID](#))
- Federação Brasileira das Associações de Bancos ([FEBRABAN](#))
- Associação Brasileira das Entidades de Crédito Imobiliário e Poupança ([ABECIP](#))
- Associação das Empresas de Crédito, Financiamento e Investimento (ADECIF)

A [CETIP](#) administra as operações com os seguintes papéis:

- [Letras de Câmbio \(LC\)](#);
- [CDB](#) e [RDB](#);
- [DI](#) (Depósitos Interfinanceiros);
- [Debêntures](#);

- Letras Hipotecárias (LH);
- Liquidação dos movimentos das [Bolsas de Valores](#) e da Bolsa Mercantil e de Futuros ([BM&F](#));
- Diversos tipos de operações com índices;
- Operações de [Swap](#);
- [TDA](#) (Títulos da Dívida Agrária);
- [LFT](#) dos estados e municípios;
- Créditos Securitizados (moeda usada nas privatizações)

As três últimas operações são com títulos públicos.

A liquidação das operações se dá após um dia útil da negociação, formando a **taxa Cetip** (taxa **D1** – Dê um). Conceitualmente, essa taxa determina os juros dos títulos privados, que são um pouco mais altos do que a taxa [Selic](#), uma vez que representam os riscos de instituições privadas.

A tabela abaixo apresenta o ESTOQUE dos títulos divididos por **sistema** no dia 25/01/01:

Sistema	Volume em R\$ (milhões)	Participação (%) sobre o total
CETIP	49.188,8	12,19
- CDB	10.751,1	2,66
- DI	36.540,2	9,06
- Outros	1.897,5	0,47
SMP	20.542,1	5,09
SNA	87.272,1	21,63
- CDB	35.983,7	8,92
- Cert. Financ. Do Tesouro	16.805,1	4,16
- Outros	34.483,4	8,55
SPR	157.501,1	39,03
SCF	51.580,5	12,78
SND (Debêntures)	26.025,9	6,45
SLH (Letra Hipotecária)	6.037,5	1,50
Outros	5.356,4	1,33
Total	403.504,4	

FONTE: [CETIP](#)

VI.1.2.4 - TÍTULOS PRIVADOS

Títulos privados são [títulos](#) emitidos por *empresas* para a captação de recursos sob a forma de dívida. Esses títulos garantem a seu detentor remuneração preestabelecida, que varia em função do prazo da operação e do risco de crédito de cada empresa. Os principais títulos privados são:

- **Certificados de Depósito Bancário (CDB):** são *títulos de renda fixa* preestabelecida ou pós-fixada, emitidos por bancos (empresas) para pessoas **físicas** ou **jurídicas**, que *podem ser transferidos* para outros investidores por endosso nominativo. Os **CDB** podem ainda ser indexados aos **CDI**, à **TR**, **TJLP**, **TBF** ou ao **IGP**. A alíquota de Imposto de Renda que incide sobre eles é, ATUALMENTE, de 20% sobre o rendimento obtido. O Imposto sobre Operações Financeiras (**IOF**) é cobrado sobre títulos com prazo menor que 30 dias, seguindo uma proporção inversa ao tempo de aplicação: quanto maior o tempo que ficar aplicado, menor o imposto pago. Além do **CBD tradicional** existem ainda o **CBD Over**, o **Rural** e o **com taxas flutuantes** (taxas repactuadas mensalmente).
- **Recibo de Depósito Bancário (RDB):** parecido com o **CDB**, com a diferença de que é um título intransferível.
- **Letras de Câmbio (LC):** títulos negociáveis, provenientes de um empréstimo a uma financeira ou sociedade de crédito garantida por uma empresa não-financeira e usuária de bens e serviços. São tributadas, atualmente, em 20% de imposto de renda e **IOF**.
- **Letras Hipotecárias:** são [títulos](#) garantidos por instituições financeiras. São lastreados em crédito imobiliário, com prazo mínimo de 180 dias e juros fixos repactuados.
- **Debêntures:** [títulos](#) de médio e longo prazo emitidos por [sociedades anônimas](#) para financiar projetos e [capital de giro](#) junto a investidores. As [debêntures](#) são negociáveis e garantem a seu detentor pagamento de juros periódicos. Apesar de serem classificadas como títulos de renda fixa, as [debêntures](#) podem ter características de renda variável, como prêmios, participação no lucro da empresa ou até mesmo conversibilidade em ações da companhia. As [debêntures](#) são regulamentadas pela [Comissão de Valores Mobiliários](#). As características das [debêntures](#) são: Nome da Empresa, Número da Emissão, Data da Emissão, Vencimento, Garantias, Tipo (**simples**, **convertível em ações** ou permutável), Valor, Cronograma de Pagamento de Juros e Datas de Repactuação de Juros, Banco responsável pela emissão e o Agente Fiduciário. A tributação para pessoas físicas é de, atualmente, 20% de imposto de renda e **IOF**. Para empresas, o imposto de renda varia de acordo com a faixa de faturamento.
- **Notas Promissórias:** também conhecidas por [commercial paper](#), são [títulos de curto prazo](#) emitidos por *empresas* e [sociedades anônimas](#) para captar recursos de [capital de giro](#). Não existe garantia real para o investidor, apenas fianças bancárias, representando como risco a situação atual e futura da empresa em honrar seus compromissos financeiros. É um título que pode ser negociado no [mercado secundário](#) e está de acordo com as regulamentações da [CVM](#). A tributação é de, atualmente, 20% de imposto de renda para pessoas físicas.

[Clique aqui](#) e veja algumas questões (FAQ) interessantes a respeito deste mercado.

V.1.3 - MERCADO DE CÂMBIO

No mercado de câmbio são negociados ativos financeiros (não todos da mesma moeda) com vencimento determinado, cujos papéis em uma determinada moeda podem ser negociados contra papéis em outra moeda. Esse mercado existe porque as nações querem manter seu direito soberano de ter e controlar suas moedas próprias. Caso todos os países do mundo usassem a mesma moeda, o mercado de câmbio não existiria.

O início de uma operação no mercado de câmbio ocorre quando, por exemplo, uma empresa dos EUA exporta produtos para o Japão. O fabricante dos EUA precisa ser pago em dólares americanos, já o comprador no Japão possui yen, com o qual pagará o fabricante nos EUA. Assim, existem duas possibilidades dessa operação entre os EUA e o Japão, pois o exportador americano fatura o importador japonês em dólares ou em yens:

- Se o exportador americano faturar em dólares, o importador japonês venderá yens para comprar dólares americanos no mercado de câmbio;
- Se o exportador americano faturar em yens, o exportador deve vender os yens para comprar dólares.

Qualquer que seja a moeda da fatura, alguém irá ao mercado de câmbio vender yens para comprar dólares.

VI.1.3.1 - MERCADO DE CÂMBIO NO BRASIL

O mercado de câmbio negocia moedas estrangeiras conversíveis. Existem duas formas de se negociar moedas estrangeiras. A primeira é a negociação direta com o Exterior. A segunda é internamente no Brasil.

A primeira é formalmente restrita a bancos comerciais e de investimento, licenciados pelo Banco Central, pois este mercado é essencial para equilibrar a Balança de Pagamentos, e nela incluem a Balança Comercial, Balança de Serviços, Balança de Capitais e Transferências.

No mercado interno existe a negociação de câmbio entre vários participantes, como corretoras e casas de câmbio e investidores em geral.

A principal moeda negociada é o **dólar**. São quatro as taxas atuais de cotação do dólar:

- **Comercial:** formada pelas operações oficiais de compra e venda de moedas entre bancos e empresas como exportações, importações, captações ou empréstimos.
- **Interbancário:** formada pela negociação entre bancos, com prazo de liquidação financeira D+2.
- **Paralelo:** formada pelas operações informais de negociação de moeda realizadas em casas de câmbio ou doleiros.
- **Turismo:** formada pela negociação de dólares entre pessoas que irão viajar para o Exterior e casas de câmbio autorizadas.

A formação da taxa de câmbio é determinada diretamente pela oferta e procura da moeda (dólar). Constantemente o Banco Central interfere na oferta e/ou procura em função de fatores como: conjuntura socioeconômica interna e externa, política monetária e nível de reservas cambiais. Em 1998 certamente foi o ano que a comunidade empresarial brasileira começou a se preocupar com medidas mais concretas para aumentar o volume de exportações, principalmente em função das desvalorizações das moedas dos países do sudeste asiático (alguns economistas até falavam em dumping cambial). A maioria das nossas médias e pequenas empresas têm pouco know-how para exportar, sem mencionar a carência de linhas de financiamento e instrumentos financeiros adequados para alavancar a

participação do Brasil no mercado global. Nesse contexto, é muito importante que principalmente os profissionais da área de tesouraria, vendas e suprimentos entendam corretamente a formação e as nuances acerca do mercado de câmbio

Exemplo:

Uma empresa **A** exportou bens e tem de receber dólar do importador estrangeiro. Para isso ela deve encontrar um banco que receba esses dólares no Exterior e os converta em reais. Após fechar uma taxa comercial com o Banco **X**, a empresa receberá os reais em dois dias úteis e pagará uma taxa de fechamento de câmbio para o banco.

O Banco **X** acabou comprando dólares da empresa **A** e no mercado interbancário (entre bancos) esses dólares serão provavelmente revendidos a uma taxa mais alta, garantindo um pequeno lucro na transação.

Quando ocorre uma crise ou um descontrole na cotação do dólar, o Banco Central intervém no mercado interbancário vendendo ou comprando grandes lotes de dólares com o objetivo de equilibrar a cotação e tranquilizar o mercado.

VI.1.3.2 - OPERAÇÕES DE ARBITRAGEM

Operações realizadas pelos operadores de câmbio. Consiste na *compra de uma moeda estrangeira e na venda de outra moeda noutra mercado, conseguindo com isso uma diferença de taxas.*

EXEMPLO PRÁTICO

Quando uma empresa nacional tem uma dívida, em moeda de baixa liquidez, com uma empresa estrangeira, ela contrata um banco para receber os reais e compra dólares no mercado local. Esse mesmo banco remete esses dólares a um banco no Exterior, que por sua vez os troca pela moeda original da dívida, pagando a empresa.

VI.1.4 - MERCADO DE DERIVATIVOS

VI.1.4.1 - MERCADO DE DERIVATIVOS

O mercado de derivativos é resultante do mercado à vista, isto é, de todos os produtos negociados nesse mercado, assim como a formação de seus preços é derivada do mercado à vista. Geralmente ouve-se falar que os derivativos são produtos de risco e de alavancagem financeira (utilização de recursos de terceiros para aumentar o lucro sobre o próprio capital). Entretanto, o mercado de derivativos é um instrumento que tem como principal objetivo proteger o investidor de grandes oscilações de preços no mercado.

Outra característica do mercado de derivativos é a negociação de commodities. Commodities são ativos negociados na Bolsa de Mercadorias e Futuros (**BM&F**) como ouro, índice bovespa, moedas, cupom cambial, juro interbancário, títulos da dívida externa (**C-Bonds**, **E I-Bonds**, **FRB**) e ativos agropecuários (boi gordo, bezerro, algodão, soja, açúcar, álcool, milho e café).

Principais produtos do mercado de derivativos :

- **Contratos futuros:** são contratos realizados entre duas contrapartes com vencimento futuro, da qual são fixados os montantes e valores de compra e venda de uma determinada [commodity](#), obedecendo a um ajuste diário de posições e de margens.
- **Opções sobre o disponível:** opção por meio da qual um investidor adquire o direito de comprar ou vender uma [commodity](#) a um preço e a uma data preestabelecidos de um outro investidor.
- **Opções sobre o futuro:** opção da qual um investidor adquire o direito de comprar ou vender um contrato futuro a um preço e uma data preestabelecidos, de um outro investidor.
- **A Termo:** contratos de compra e venda de [commodities](#) futuro com preços e prazos definidos, diferenciando-se dos contratos futuros por não apresentarem ajustes diários. A liquidação física e financeira se dá na data determinada no contrato a termo. Existe a necessidade de depósito de margem para o comprador do contrato.
- **Swaps:** troca de índices entre dois investidores com o objetivo de evitar riscos. A maioria dos investidores utiliza o swap para proteger-se de desvalorizações de moedas. Um **exemplo:** Imagine que um investidor "x" tenha uma dívida (passivo) em dólar, com vencimento daqui a um ano. Sua renda é em reais. Para pagá-la, ele estaria trocando reais por dólar na data de vencimento. Mas durante esse período o real se desvalorizou a um patamar inviável. Esse mesmo investidor então estará gastando muito mais reais para cobrir sua dívida em dólar. Se ele tivesse feito um swap e trocado seu risco de dólar para reais, teria evitado essa brusca oscilação do mercado. Esse mecanismo de proteção se chama [hedge](#).

VI.1.4.2 - BOLSA DE MERCADORIAS E FUTUROS (BM&F)

A Bolsa de Mercadorias e Futuros ([BM&F](#)) foi fundada em outubro de 1917. Criada para regulamentar, controlar e oferecer parâmetros, opera hoje todos os negócios do mercado futuro e alguns negócios à vista de determinadas [commodities](#).

A [BM&F](#) se responsabiliza em garantir o cumprimento dos contratos fechados, ou seja, pela entrega financeira ou física das [commodities](#) com os preços, as taxas e qualidades iguais às dos contratos firmados.

Permite ainda a formação de preços a mercado, sem interferência, e a realização dos serviços de liquidação e [custódia](#). Outro **papel fundamental** da [BM&F](#) é *popularizar e difundir* a cultura do mercado de futuros e derivativos.

Na [BM&F](#) existe um pregão físico onde são negociadas as principais [commodities](#) do mercado. Cada [commodity](#) é negociada em uma roda formada por [operadores](#) de corretoras de valores .

As principais bolsas do mundo que negociam [commodities](#) e futuros no mundo são a Bolsa de Chicago (Chicago Board of Trade (<http://www.cbot.com/>) e a Bolsa de Londres, de Nova Iorque. Confira os contratos negociados na [BM&F](#):

CONTRATO FINANCEIRO

OURO

- Contrato Disponível Padrão de Ouro de 250 gramas
- Contrato Disponível Fracionário de Ouro de 10 gramas
- Contrato Disponível Fracionário de Ouro de 0,225 grama
- Contrato Futuro de Ouro 250 gramas
- Contrato de Opções de Compra sobre Disponível Padrão de Ouro
- Contrato de Opções de Venda sobre Disponível Padrão de Ouro
- Contrato a Termo de Ouro

ÍNDICE

- Contrato Futuro de [Ibovespa](#)
- Contrato de Opções de Compra sobre Futuro de [Ibovespa](#)
- Contrato de Opções de Venda sobre Futuro de [Ibovespa](#)
- Contrato de Opções de Compra sobre Futuro de [Ibovespa](#) - Modelo Europeu
- Contrato de Opções de Venda sobre Futuro de [Ibovespa](#) - Modelo Europeu

TAXAS DE CÂMBIO

- Contrato Futuro de [Taxa de Câmbio](#) de Reais por Dólar Comercial
- Contrato de Opções de Compra sobre [Taxa de Câmbio](#) de Reais por Dólar Comercial
- Contrato de Opções de Venda sobre [Taxa de Câmbio](#) de Reais por Dólar Comercial
- Contrato de Opções de Compra sobre Futuro de [Taxa de Câmbio](#) de Reais por Dólar Comercial
- Contrato de Opções de Venda sobre Futuro de [Taxa de Câmbio](#) de Reais por Dólar Comercial
- Contrato Futuro Fracionário de [Taxa de Câmbio](#) de Reais por Dólar Comercial

TAXAS DE JURO

- Contrato Futuro de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de um dia
- Contrato de Opções de Compra sobre Índice de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de um dia
- Contrato de Opções de Venda sobre Índice de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de um dia
- Contrato de Opções de Compra sobre Futuro de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de um dia
- Contrato de Opções de Venda sobre Futuro de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de um dia
- Contrato Futuro de [Cupom Cambial](#)
- Contrato Futuro de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de 30 Dias Prefixada
- Contrato Futuro de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Longo Prazo - [DI](#) Longo

TÍTULOS DA DÍVIDA EXTERNA

- Contrato Futuro de Capitalization Bond

- Contrato Futuro de Eligible Interest Bond
- Contrato Futuro de [Floating](#) Rate Bond

A tabela abaixo apresenta o perfil da dívida externa brasileira em bilhões de US\$:

Discriminação	NOV/00		DEZ/99		DEZ/98		DEZ/97	
	Valor	% do total						
Dívida externa por prazo								
Médio e longo prazos (Dívida registrada)*	202,45	87,4	214,08	88,7	215,21	89,1	158,30	82,0
Curto prazo (Dívida não registrada)**	29,08	12,6	27,39	11,3	26,43	10,9	34,82	18,0
Dívida externa por devedor								
Setor público não financeiro	90,34	39,0	100,68	41,7	95,37	39,5	86,72	44,9
Médio e longo prazos	87,62	37,8	97,36	40,3	91,98	38,1	80,98	41,9
Curto prazo	2,72	1,2	3,32	1,4	3,38	1,4	5,74	3,0
Setor Privado	141,19	61,0	140,79	58,3	146,28	60,5	106,40	55,1
Médio e longo prazos	114,83	49,6	116,71	48,3	123,23	51,0	77,32	40,0
Curto prazo	26,36	11,4	24,07	10,0	23,05	9,5	29,08	15,1
TOTAL	231,53	100,0	241,47	100,0	241,64	100,0	193,12	100,0

FONTE: [Banco Central do Brasil](#)

* Dados estimados a partir de 1999, considerando as variações cambiais

** Inclui a dívida de curto prazo registrada

CONTRATOS ELETRÔNICOS

SWAPS

- Contratos a Termo de Troca de [Rentabilidade](#)

OPÇÕES FLEXÍVEIS

- Contrato de Opções de Compra Flexíveis de [Taxa de Câmbio](#) de Reais por Dólar EUA
- Contrato de Opções de Venda Flexíveis de [Taxa de Câmbio](#) de Reais por Dólar EUA
- Contrato de Opções de Compra Flexíveis de Índice [Bovespa](#)
- Contrato de Opções de Venda Flexíveis de Índice [Bovespa](#)

AGROPECUÁRIOS

- Contrato Futuro de Açúcar Cristal Especial
- Contrato de Opção de Compra sobre Futuro de Açúcar Cristal Especial

- Contrato de Opção de Venda sobre Futuro de Açúcar Cristal Especial
- Contrato Futuro de Álcool Anidro Carburante
- Contrato Futuro de Algodão
- Contrato de Opção de Compra sobre Futuro de Algodão
- Contrato de Opção de Venda sobre Futuro de Algodão
- [Contrato Futuro de Boi Gordo](#)
- Contrato de Opção de Compra sobre Futuro de Boi Gordo
- [Contrato de Opção de Venda sobre Futuro de Boi Gordo](#)
- Contrato Disponível de Café Arábica
- Contrato Futuro de Café Arábica
- Contrato de Opção de Compra sobre Futuro de Café Arábica
- Contrato de Opção de Venda sobre Futuro de Café Arábica
- Contrato Futuro de Milho em Grão a Granel
- Contrato de Opção de Compra sobre Futuro de Milho em Grão a Granel
- Contrato de Opção de Venda sobre Futuro de Milho em Grão a Granel
- Contrato Futuro de Soja em Grão a Granel
- Contrato de Opção de Compra sobre Futuro de Soja em Grão a Granel
- Contrato de Opção de Venda sobre Futuro de Soja em Grão a Granel

VI.1.4.3 - OPÇÕES DE AÇÕES

O que são opções de ações ?

São contratos que dão direito de compra ou venda de um determinado número de ações, a um preço fixo e com prazo de exercício preestabelecido. Os meses de vencimento das opções são fevereiro, abril, junho, agosto, outubro e dezembro.

Na opção de compra o titular pode exercer seu direito a qualquer hora, até a data de vencimento. Já nas opções de venda o titular só pode exercer seu direito de venda na data de vencimento. As opções são compradas pagando-se um prêmio ao emissor da opção.

Tipos de opção

OPÇÃO DE COMPRA (Call): Existem opções de compra que dão ao titular o direito de comprar um determinado número de ações a um preço fixo até a data de vencimento da opção. Se ele não exercer seu direito, perderá o prêmio pago. O vendedor da opção (lançador) deve cumprir seu compromisso com o titular da opção caso este queira exercer seu direito.

OPÇÃO DE VENDA (Put): Opção que dá ao titular o direito de vender determinado número de ações a um preço fixo, na data de vencimento. Se o titular não exercer seu direito perderá o prêmio pago. O vendedor da opção (lançador) deve honrar seu compromisso, que no caso é comprar as ações ao preço determinado na opção.

Como funciona ?

O mercado de opções é negociado na [Bovespa](#) e regulado pela Comissão de Valores Mobiliários ([CVM](#)). Para se comprar uma opção as ordens são semelhantes às de compra de ações. É comum os [investidores](#) utilizarem as opções para alavancar seus rendimentos, uma vez que o prêmio pago é muito inferior ao preço da ação e os preços são muito mais sensíveis às oscilações. Também há a possibilidade de operações de [hedge](#), onde um investidor pode se proteger das variações de preço de ações fixando o preço de venda ou de compra desse [ativo](#).

Uma das principais variáveis do mercado de opções é a [volatilidade](#) de preços (indica o grau médio de variação das cotações de um título em um determinado período). A [volatilidade](#) influi nos prêmios das opções, podendo ter oscilações diárias de mais de 100%. À medida que se aproxima o vencimento de exercício das opções as oscilações se tornam maiores, muitas irão "virar pó". Isso significa que quem comprou uma opção de compra ao preço (Strike = preço de exercício) 4,00 de uma empresa **X** e o preço da ação do mercado no vencimento estiver em 3,50, sua opção perde a validade, uma vez que não há razão para o [investidor](#) exercer seu direito de compra a 4,00 se é possível comprar a 3,50 no mercado.

Quando se lançam opções de compra ou de venda, as corretoras exigem um [lastro](#) como garantia de que o vendedor estará cumprindo sua obrigação. O [lastro](#) pode ser em ações, [títulos](#) ou dinheiro.

Abaixo estão as seguintes operações que podem ser feitas com opções:

COC (Comprar Opção de Compra): o comprador adquire o direito de compra de um papel até a data de vencimento da opção, ao preço do exercício (preço predeterminado do papel), pagando um prêmio ao lançador da opção.

COV (Comprar Opção de Venda): o comprador adquire o direito de venda de um papel, ao preço de exercício, até a data de vencimento da opção, pagando um prêmio ao lançador da opção.

VOC (Vender Opção de Compra): o lançador da opção tem a obrigação de vender os papéis ao comprador, ao preço do exercício, quando este quiser exercer seu direito. O lançador recebe do comprador o prêmio referente à opção.

VOV (Vender Opção de Venda): o lançador da opção tem a obrigação de adquirir do comprador os papéis, ao preço do exercício, quando este quiser exercer seu direito. O lançador recebe do comprador o prêmio referente à opção.

Margem de Garantia: A [Bovespa](#) exige que, para toda opção lançada ao mercado, o lançador deposite uma margem para garantir o cumprimento do contrato. Apenas o lançador da opção tem esta obrigação. Caso o lançador faça uma venda coberta, ou seja, possua os papéis em sua carteira, essas ações serão depositadas como garantia. Do contrário, deverá depositar dinheiro, [títulos](#), ouro ou ações como garantia. Poderá haver aumento no valor das margens (chamada de margens adicionais) caso o papel do contrato de opção sofra grande oscilação.

VI.1.4.4 - ESTRATÉGIA DE OPÇÕES

Se o investidor apostar numa alta do mercado, ele pode valer-se de algumas estratégias básicas utilizando as opções para aumentar o ganho sobre o capital. A primeira delas seria comprar opções, pagando um prêmio, com um strike (preço de exercício) inferior ao preço de mercado do papel e aguardar a valorização para realizar a opção ou vendê-la a um preço maior. A segunda estratégia seria lançar opções de venda com strike abaixo do valor do papel no mercado para receber o prêmio pelas opções.

Se a tendência do mercado for de baixa, o [investidor](#) pode comprar opções de venda com um strike alto, garantindo assim um preço fixo no futuro para vender suas ações ou vender estas opções por preço maior. O [investidor](#) também pode lançar opções de compra com strike alto suficiente que garanta que a opção não será exercida, lucrando o prêmio das opções.

Acompanhe abaixo outras combinações de estratégias com as opções :

TRAVA DE ALTA: O investidor compra um opção de compra (titular) a um preço de exercício P e lança um opção de compra a um preço de exercício P' maior que P da posição titular. O prêmio da opção titular é maior do que o da posição lançadora, isto é, o investidor terá um desembolso inicial nesta trava. As opções possuem a mesma data de vencimento. Esta trava é utilizada quando o mercado apresentar tendência de alta. Seu ganho (ou perda), no entanto, é limitado. Por assumir uma posição comprada na opção de compra com preço menor que na posição vendida, sua chance de ganho é maior. Acompanhe a seguir como se comporta o rendimento da operação em função do preço da ação.

TRAVA DE BAIXA: O investidor compra uma opção de compra (titular) com preço de exercício P e ao mesmo tempo lança um opção de compra com um preço de exercício P' menor que P da posição titular. O prêmio da opção titular é menor que da posição lançadora. Neste caso, o investidor terá um ganho inicial nesta trava. As opções possuem a mesma data de vencimento. Esta trava é utilizada quando o mercado apresentar tendência de baixa. O ganho ou a perda do investidor são limitados. Por lançar opções com prêmios maiores do que na posição titular, o investidor está apostando que nenhuma das opções será exercida e que seus lucros estarão justamente na diferença entre os prêmios das opções. Acompanhe a seguir como se comporta o rendimento da operação em função do preço da ação.

BOXE FECHADO: é uma operação de renda fixa com utilização de opções. Basicamente é uma combinação de uma trava de alta com uma trava de baixa. O Boxe é uma boa estratégia de captação quando a taxa de juros envolvida nessa operação for menor que a taxa de juros do mercado. O Boxe pode também ser utilizado como uma operação de empréstimo, se a taxa envolvida for maior que a taxa de juros de mercado.

O Boxe de empréstimo é formado por:

- Compra de opção de compra ao preço de exercício P .

- Lançamento de opção de venda ao preço de exercício P .
- Lançamento de opção de compra ao preço de exercício P' ($P' > P$).
- Compra de opção de venda ao preço de exercício P' ($P' > P$)

O Boxe de captação é formado por:

- Compra de opção de compra ao preço de exercício P .
- Lançamento de opção de venda ao preço de exercício P .
- Lançamento de opção de compra ao preço de exercício P' ($P' < P$).
- Compra de opção de venda ao preço de exercício P' ($P' < P$).

Todas as opções se referem ao mesmo ativo-objeto e data de vencimento.

BUTTERFLY (BORBOLETA): Esta operação tem a finalidade de limitar as perdas do investidor que opera opções e é uma alternativa de obter ganhos quando se espera relativa estabilidade de preços.

Butterfly de compra:

- Compra de opção de compra ao preço de exercício P .
- Lançamento de 2 opções de compra ao preço de exercício P' ($P' > P$).
- Compra de opção de compra ao preço de exercício P'' ($P'' > P' > P$).

Butterfly de venda:

- Compra de opção de venda ao preço de exercício P .
- Lançamento de 2 opções de venda ao preço de exercício P' ($P' > P$).
- Compra de opção de venda ao preço de exercício P'' ($P'' > P' > P$).

Todas as opções se referem ao mesmo ativo-objeto e data de vencimento.

VI.1.4.5 - MERCADO A TERMO

No mercado a termo é possível comprar ou vender ações a um prazo e preço predeterminados. As operações a termo possuem as seguintes características:

- Os prazos dos contratos a termo são geralmente fixados em 30, 60, 90, 120 ou 180 dias;
- Existem sempre dois lados envolvidos: o comprador e o vendedor;
- O contrato determina o tipo e a quantidade de ações;
- As ações estão disponíveis para o comprador do contrato a partir do terceiro dia útil do fechamento do negócio;
- O preço da cotação à vista e a taxa de juros influenciam diretamente no preço final do contrato;
- O comprador do contrato ou o vendedor a descoberto (aquele que lança o contrato de venda de ações sem efetivamente possuir os títulos) necessita depositar uma margem de garantia, que varia de acordo com a classe da ação, podendo ir de 20% a 100% do valor do contrato.

- A liquidação do contrato pode ser antecipada. Para tanto, paga-se o valor pro rata relativo aos dias corridos.

Acompanhe o exemplo a seguir:

EXEMPLO

Imagine que um investidor esteja interessado em comprar determinado papel, porém não possui capital disponível para fazer a compra à vista. Por conta dessa procura, surgem no mercado outros investidores para financiar a compra de ações a prazo. Eles competem entre si oferecendo a melhor taxa de juros para o investidor inicial. Ao fechar um contrato a termo, o comprador a termo recebe as ações do vendedor praticamente à vista, e se dispõe a pagar essas ações no prazo determinado do contrato. Para garantir o pagamento, a [CVM](#) exige um depósito de margem de garantia.

O comprador do contrato tem a liberdade de fazer o que quiser com as ações. Caso o papel suba consideravelmente ele poderá vendê-los e liquidar o contrato antecipadamente. O investidor que financiou as ações à vista, isto é, que vendeu as ações a termo, receberá, no fim do contrato, o valor formado pelo preço das ações na data do fechamento do negócio acrescido de uma taxa de juros predeterminada, compatível com os custos e riscos envolvidos.

Existem estratégias utilizadas por investidores mais experientes no mercado a termo. A primeira é a **operação de financiamento** (*report*), que nada mais é do que uma operação de renda fixa. O [investidor](#) compra à vista e vende a termo, garantindo assim uma remuneração fixa a uma taxa de juros mais atraente do que a oferecida pelo mercado. A segunda é a chamada **operação caixa** (*deport*), o investidor vende à vista as ações que possui e as recompra a termo. Aqui, o investidor estaria precisando de caixa (capital) imediato e as taxas de financiamento eram maiores do que as taxas do mercado a termo.

Na [BM&F](#) são negociados contratos a termo de diversas [commodities](#) como *Depósito Interfinanceiro* ([DI](#)), [ouro](#), etc. Esses contratos possuem as mesmas características dos contratos a termo de [ações](#). Em 1993, foi criado o contrato a termo de Certificados de Energia, que garantem ao titular um preço de energia predeterminado.

VI.1.4.6 - MERCADO DE FUTUROS

O mercado de futuros foi criado com o objetivo de *proteger* produtores e investidores de grandes oscilações de preço sobre os [ativos financeiros](#), índices e produtos agropecuários. Caracterizam-se por envolver a compra/venda de determinado [ativo](#) a um preço predeterminado, ajustado diariamente em uma conta de ajuste e por ter depósitos de margens entre as contrapartes.

Esses contratos ainda permitem a difusão de preços, administração da composição de uma carteira ao [risco](#), a diminuição da [volatilidade](#) do preço do [ativo](#) no mercado à vista e também indicam o valor futuro do [ativo](#).

Quem participa do mercado:

[Hedgers](#): participantes do mercado de futuros que tentam afastar seus riscos financeiros das oscilações de preço (ou taxa de juros) dos produtos que geralmente produzem.

[Especuladores](#): responsáveis por assumirem os riscos das oscilações de preço e garantir a [liquidez](#) no mercado de futuros. Normalmente, os especuladores liquidam os contratos antes da data de vencimento e raramente entregam fisicamente os produtos.

Arbitradores: Investidores que negociam em mercados distintos, obtendo lucro quando houver discrepância de preços entre os mercados.

Para entender o funcionamento básico do mercado de futuro, acompanhe o exemplo a seguir:

EXEMPLO

Um produtor de café vende toda sua produção para uma empresa de torrefação. Para assegurar que sua produção seja vendida a um preço que lhe garanta ter lucro, esse produtor lança um contrato de venda futura de café na Bolsa de Mercadorias e Futuros ([BM&F](#)) ao preço de U\$ 250,00 a saca.

Um [especulador](#), investidor ou arbitrador irá comprar o contrato. Esse contrato vai garantir no futuro a compra das sacas ao preço de U\$ 250,00, independente do preço de mercado. Imagine que, no vencimento do contrato, o preço do café esteja em U\$ 150,00 a saca.

Neste caso o produtor conseguiu garantir sua produção ao preço preestabelecido. No vencimento do contrato ele irá vender sua produção a U\$ 150,00 a saca e já terá recebido em sua conta de ajuste diário U\$ 100,00 por saca. O comprador do contrato, também chamado de titular, irá ter um prejuízo de U\$ 100,00 por saca. Antes do vencimento ele poderia ter vendido esse contrato para um outro investidor.

VI.1.4.7 - MERCADO FUTURO PARA RENDA FIXA

O mercado de futuros foi criado pelas instituições financeiras para se protegerem de grandes oscilações das taxas de juro que existiam no país na década de 80, mais precisamente em 1986. A taxa de juro é um importante instrumento regulador do custo do dinheiro e tem grande impacto sobre as grandes variáveis da economia, como a *produção*, os [investimentos](#) e o *consumo*.

A taxa negociada no pregão da [BM&F](#) refere-se às operações de troca das reservas monetárias de um dia entre as instituições bancárias, que é calculada pela [Cetip](#), chamada de **Depósito Interfinanceiro** de um dia futuro ([DI-1](#)). A grosso modo podemos chamar essa taxa como a que as instituições financeiras remuneram seu dinheiro emprestando a outras instituições.

Entenda como funciona um contrato futuro de [DI 1](#):

- Os contratos [DI 1](#) estão vinculados às taxas diárias do *overnight*, que é a taxa média de troca de recursos entre instituições financeiras, calculada na [Cetip](#).
- Cada contrato é calculado sobre um valor de R\$ 100.000,00, descontada a taxa mensal do *overnight* no período de tempo que vai da data da operação até o vencimento. Esse valor é chamado de Preço Unitário (PU):

$$PU = 100.000 / (1 + \text{Taxa mensal overnight} / 3000) \text{ número de dias úteis até o resgate}$$

- Os contratos possuem datas de resgate definidas, com vencimento no primeiro dia útil do mês.
- A taxa de juros do contrato é pós-fixada.

- A taxa do [CDI-over](#) é o [ativo](#) objeto e reflete as tendências do mercado interbancário.
- O último dia de negociação do contrato é o dia útil anterior à data de vencimento.
- São admitidas operações de compra e venda para liquidação diária ([day trade](#)), desde que realizadas no mesmo pregão, pelo mesmo cliente, ou operador especial, intermediadas pela mesma corretora de mercadorias e registradas pelo mesmo membro de compensação. Os resultados conseguidos com essas operações são movimentados financeiramente no dia útil seguinte ao de sua realização.
- As posições em aberto são combinadas, conforme as regras da [BM&F](#), por ajustes diários realizados ao final de cada pregão, inclusive no dia de fechamento do negócio.

a) Ajuste das operações realizadas no dia

$$AD = (PA_t - PO) \times M \times n$$

b) Ajuste das posições em aberto no dia anterior

$$AD = \{PA_t - [PA_{t-1} \times (1 + i/100)]\} \times M \times n \text{ onde:}$$

AD = valor do ajuste diário;

PA_t = preço (PU) de ajuste do dia;

PO = preço (PU) da operação;

M = valor em reais de cada ponto de PU, estabelecido pela [BM&F](#);

n = número de contratos;

PA_{t-1} = preço (PU) de ajuste do dia anterior;

i = taxa média de [DI](#) de um dia, da Cetip, referente ao dia anterior, expressa em percentual ao dia (taxa efetiva dia), com até sete casas decimais.

Será creditado ao comprador e debitado ao vendedor o ajuste diário que for positivo. Caso esse valor seja negativo acontecerá o inverso.

- Todos os contratos de futuros exigem depósito de margem de garantia, estabelecido pela [BM&F](#), com redução de 20% para [hedges](#). A margem de garantia pode ser alterada a qualquer momento. O investidor pode utilizar os seguintes [ativos](#) como margem: *dinheiro*, [ouro](#), [cotas do FIF](#) e, a critério da Bolsa, [títulos públicos](#) e [privados](#), *cartas de fiança*, *apólices de seguro*, [ações](#) e [cotas de fundos fechados de investimento em ações](#).

Acompanhe o exemplo a seguir:

EXEMPLO

Um banco vende um contrato de [DI](#) -1 dia futuro para se proteger da alta de juros.

A data da operação é 17/07, uma segunda-feira, e o vencimento é no dia 21/07, uma sexta-feira.

O prazo para saque no overnight é de cinco dias.

O PU negociado na [BM&F](#) no dia 17/07 foi de 99.750.

VALOR DO CONTRATO	100.000,00
PU NEGOCIADO NA BM&F	99.750
Taxa Over a .m.	1,50%

Data	Saques até	Taxa de Juro	Taxa de Juro		Mercado Futuro		Ajuste
	Vencimento	SETIP	Mercado BM&F	PU Ajuste	Pu Corrigido	Ajuste	Corrigido
17/7	5	1,50	1,49	99.752,04		(2,04)	(2,04)
18/7	4	1,51	1,53	99.796,26	99.801,91	(5,65)	(5,66)
19/7	3	1,49	1,49	99.851,15	99.846,49	4,66	4,66
20/7	2	1,50	1,52	99.898,74	99.900,74	(2,00)	(2,00)
21/7	1	1,47	1,49	99.950,36	99.948,69	1,66	1,67
24/7	0			100.000,00	99.999,93	0,67	0,67
	Total taxa	0,25%	0,25%			Total =	(2,71)

Por que utilizar o mercado futuro de taxas de juros?

A principal função das operações que envolvem futuros é o hedging (proteção) contra grandes oscilações na taxa de juro de algum contrato financeiro. As principais estratégias são:

- **Taxa pós-fixada contra taxa prefixada:** se o investidor tem uma grande dívida com a taxa de juro pós-fixada e o cenário económico aponta para uma alta de juros, a solução para evitar o impacto da alta seria vender um contrato futuro, transformando a taxa pós-fixada em prefixada. As datas de liquidação financeira do contrato e do empréstimo devem coincidir.
- **Taxa prefixada contra taxa pós-fixada:** se o investidor tiver uma grande dívida com a taxa de juro prefixada, e houver uma expectativa de baixa de juro, por meio da compra de um contrato futuro, será possível proteger-se do impacto da baixa do juro sobre o resultado financeiro.

VI.1.4.8- MERCADO FUTURO PARA MOEDA

O mercado de futuros para moeda no Brasil é negociado na [BM&F](#) e o principal contrato realizado é o contrato futuro de [taxa de câmbio](#) de reais por dólar comercial. Os investidores utilizam esse instrumento para se proteger das oscilações cambiais realizando [hedges](#), que asseguram uma [taxa de câmbio](#) futura fixa, além de limitar perdas e imprevistos.

Alguns investidores realizam operações de arbitragem tentando obter lucro em diferentes mercados. Outros ainda apostam em determinadas tendências de comportamento da [taxa de câmbio](#), especulando nesse mercado. Os especuladores são essenciais, pois garantem [liquidez](#) ao mercado.

Veja a seguir as principais características de um contrato futuro:

- A unidade de negociação por contrato é de US\$ 100.000,00;
- A cotação é de reais por US\$ 1.000,00 com três casas decimais;

- São admitidas operações de compra e venda para liquidação diária (*day trade*), desde que realizadas no mesmo pregão, pelo mesmo cliente, ou operador especial, intermediadas pela mesma corretora de mercadorias e registradas pelo mesmo membro de compensação. Os resultados auferidos nessas operações são movimentados financeiramente no dia útil seguinte ao de sua realização.
- As posições em aberto são combinadas, conforme as regras da [BM&F](#), por ajustes diários realizados ao final de cada pregão, inclusive no dia de fechamento do negócio.

a) Ajuste das operações realizadas no dia

$$AD = (PA_t - PO) \times M \times n$$

b) Ajuste das posições em aberto no dia anterior

$$AD = (PA_t - PA_{t-1}) \times M \times n \text{ onde:}$$

AD = valor do ajuste diário;

PA_t = preço (PU) de ajuste do dia;

PO = preço (PU) da operação;

M = multiplicador do contrato, estabelecido em 100;

n = número de contratos;

PA_{t-1} = preço (PU) de ajuste do dia anterior;

- Será creditado ao comprador e debitado ao vendedor o ajuste diário que for positivo. Caso este valor seja negativo, ocorrerá o inverso.
- M. Muitos contratos serão liquidados antes do vencimento. Os contratos em aberto na data de vencimento serão liquidados financeiramente seguindo a fórmula:

$$VL = (TC \times 1.000) \times M$$

VC = Valor de liquidação do contrato;

TC = [Taxa de câmbio](#) do dólar para entrega imediata, divulgada pelo Banco Central, calculada pela média de venda no PTAX800;

M = Multiplicador do contrato, estabelecido em 100 ;

- A [BM&F](#) exige um depósito de margem para garantir os ajustes diários.

Para melhor entender o funcionamento desse tipo de contrato, acompanhe um exemplo de uma empresa utilizando um [hedge](#) cambial:

EXEMPLO

Uma grande empresa nacional X irá exportar sua produção para uma empresa localizada nos Estados Unidos. O contrato de exportação é de U\$ 5.000.000,00 (cinco milhões de dólares), com prazo de vencimento de 270 dias.

De posse desse contrato, a empresa X realiza um empréstimo em dólar junto a um banco para receber adiantado o valor do contrato e assim financiar a produção. O juros do empréstimo em dólar são de 11% ao ano.

A empresa X, por conta desse empréstimo, corre o risco da oscilação cambial. Para evitar o risco compra alguns contratos de dólar futuro, garantindo uma taxa futura.

- PTAX800 (to): 1,791
- Dólar do vencimento (Dv): 1,850
- Número de contratos (Nc): U\$ 5.000.000,00 / 100.000 = 50 contratos
- Juros em reais: 16% a.a.
- Juros em dólares: 10% a.a.

- Resultado futuro (Rf):

$$Rf = (Df - Dv) * Nc * 100.000$$

- Dólar Futuro (Df):

$$Df = (1 + \text{Juros em reais} / 1 + \text{Juros em dólar})^{\text{prazo}/360} * PTAX(to)$$

$$Df = (1,16 / 1,10)^{270/360} * 1,791 = 1.8638$$

$$Rf = (1,8638 - 1,8500) * 50 * 100.000 = R\$ 69.000,00$$

- Resultado do Mercado à vista (Ma):

$$Ma = (1,8500 - 1,8638) * 50 * 100.000 = R\$ -69.000,00$$

Neste exemplo, podemos notar que independente dos juros em dólar ou em real, o contrato futuro garantiu um [hedge](#) perfeito. O [hedge](#) resultou num lucro de R\$ 69.000,00 e no mercado à vista, um prejuízo de R\$ 69.000,00.

Caso a empresa X não tivesse comprado os contratos e travado o dólar futuro, sua dívida em dólar poderia gerar um grande prejuízo, se houvesse uma grande desvalorização do real. Ao realizar o contrato futuro, independente da oscilação cambial, a empresa pode garantir uma cotação futura e planejar o seu fluxo de caixa.

VI.1.4.9 - MERCADO FUTURO PARA PRODUTOS AGROPECUÁRIOS

Na Bolsa de Mercadorias e Futuro ([BM&F](#)) são negociados [contratos futuros de produtos agropecuários](#) ou [commodities](#), como café, soja, algodão, açúcar, milho, boi gordo e bezerro. Os contratos garantem ao vendedor e comprador de produtos um preço futuro fixo, que permite um planejamento financeiro previsível.

Os contratos futuros são cotados em dólar e cada produto possui uma unidade de referência. O café, por exemplo, é cotado por sacas de 60 Kg; o boi gordo, em arrobas, e assim por diante. A [BM&F](#) estabelece uma série de padrões e regras para garantir a mesma qualidade dos produtos negociados entre os diversos produtores. Os produtos em geral são armazenados e inspecionados pela própria [BM&F](#).

Os principais [participantes](#) desse mercado são os produtores que fazem a venda de contratos futuros e os compradores das [commodities](#), como indústrias de alimentos, torrefação de café, etc. Ambos os participantes tentam se proteger de eventuais oscilações nas cotações das [commodities](#). Há também investidores que procuram especular nesse mercado para conseguir lucro e aumentar a [liquidez](#) dos contratos.

Acompanhe abaixo as principais características do contrato futuro de café arábica, a [commodity](#) mais negociada no mercado .

EXEMPLO

- O objeto de negociação é o café cru em grãos tipo 6 inspecionado pela [BM&F](#);
- A negociação de um contrato é referente a 100 sacas de 60 Kg;
- Os meses de vencimento são março, maio, julho, setembro e dezembro;

- As posições em aberto são combinadas, conforme as regras da [BM&F](#), por ajustes realizados ao final de cada pregão, inclusive no dia de fechamento do negócio.

a) Ajuste das operações realizadas no dia
 $AD = (PA_t - PO) \times TC \times 100 \times n$

b) Ajuste das posições em aberto no dia anterior
 $AD = (PA_t - PA_{t-1}) \times TC \times 100 \times n$ onde:

AD = valor do ajuste diário;
 PA_t = preço (PU) de ajuste do dia;
 PO = preço (PU) da operação;
 TC = [Taxa de câmbio](#) de reais por dólar (venda do pronto divulgada pelo Banco Central);
 n = número de contratos;
 PA_{t-1} = preço (PU) de ajuste do dia anterior;

Será creditado ao comprador e debitado ao vendedor o ajuste diário que for positivo. Caso esse valor seja negativo, ocorrerá o inverso;

- A [BM&F](#) exige um depósito de margem para garantir os ajustes diários. Para os investidores que realizam [hedges](#), a [BM&F](#) reduz essa margem em 20%;
- O local de entrega física dos produtos é o município de São Paulo. O início é o segundo dia útil do mês de vencimento;

Acompanhe a seguir um exemplo de [hedge](#) utilizando contratos futuros de café:

EXEMPLO

Para assegurar um preço futuro de sua safra, um produtor de café procura uma corretora credenciada pela [BM&F](#) que opera no mercado futuro e vende 10 contratos.

- Cada contrato se refere a 100 sacas de 60 Kg.
- Prazo de vencimento do contrato é de 180 dias.
- A cotação do mercado à vista é de U\$ 100,00/saca.
- A cotação do contrato para liquidação futura: Lf = U\$ 93,00/saca.
- A cotação à vista na data de vencimento do contrato: Cf = U\$ 80,00/saca.

O resultado futuro (Rf) é calculado da seguinte forma:

$$Rf = (Lf - Cf) \times n$$

Lf :Cotação Liquidação Futura do contrato = U\$ 93,00/saca;

Cf: Cotação na data de vencimento = U\$ 80,00/saca;

n : Número de sacas = 10 x 100 = 1.000 sacas

$$Rf = (93 - 80) \times 1.000 = U\$ 13.000,00$$

No vencimento do contrato, caracterizado como mercado à vista, o resultado foi de:

$$Ra = U\$ 80,00 \times 1.000 = U\$ 80.000,00$$

Resultado final para o produtor foi de:

$$R = R_f + R_a = \text{U\$ } 93.000,00$$

Os U\$ 93.000,00 foi justamente o valor do contrato futuro acertado (U\$ 93,00/saca x 1.000 = U\$ 93.000,00).

Se a cotação na data de vencimento do contrato fosse $C_f = \text{U\$ } 120,00/\text{saca}$.

$$R_f = (93 - 120) \times 1.000 = \text{U\$ } -27.000,00$$

$$R_a = \text{U\$ } 120,00 \times 1.000 = \text{U\$ } 120.000,00$$

$$R = \text{U\$ } 93.000,00$$

Independente da [cotação](#) na data de vencimento, o valor que o produtor receberá pela sua safra será de U\$ 93.000,00. No primeiro caso, ele obteve um lucro de U\$ 13.000 em relação à cotação de vencimento do contrato e, no segundo caso, um prejuízo de U\$ 27.000. A maior vantagem, entretanto, ao vender esses contratos, é assegurar uma cotação futura, caracterizando um [hedge](#).

VI.1.4.10 - SWAPS

Os [swaps](#) são contratos assinados por duas contrapartes em que se dá a troca de fluxo de caixa baseada em *indicadores*, *taxas de juros* e *taxas cambiais* entre contas de ativos e passivos. Os [swaps](#) são caracterizados como [hedges](#) perfeitos e sua utilização visa diluir riscos às oscilações do mercado, como desvalorização cambial, aumento nas taxas de juros, entre outros.

Eles podem ser negociados no [mercado balcão](#) não seguindo normas padronizadas da [BM&F](#). Neste caso são registrados na Central de Liquidação e Custódia de Títulos Privados ([Cetip](#)). Alguns contratos são registrados e regulamentados na [BM&F](#) e podem exigir depósitos de margem.

Acompanhe este exemplo básico :

EXEMPLO

- A empresa X vendeu um imóvel de sua propriedade e decide investir em um Certificado de Depósito Bancário ([CDB](#)) com prazo de um ano a uma taxa de juros prefixada de 20% ao ano. Os diretores financeiros da empresa apostam que a economia sofrerá algumas pressões e a taxa de juros irá aumentar. Diante desse cenário, decidem realizar um swap com um banco, trocando a taxa de juros prefixada do [CDB](#) pelo [CDI-over](#) pós-fixado.
- Se, no final do contrato, a taxa prefixada do [CDB](#) superar a taxa pós-fixada, a empresa receberá os juros do [CDB](#), descontada a diferença entre a taxa prefixada e a taxa do [CDI-over](#) do período. Caso contrário, se as expectativas dos diretores da empresa se confirmarem, isto é, a taxa pós-fixada for maior que a prefixada, a empresa X receberá o rendimento do [CDB](#), mais a diferença de taxas do [CDB](#) com o [CDI-over](#).

O vencimento dos contratos é determinado pelas contrapartes e normalmente não é possível a venda ou a liquidação com antecedência. A grande utilização de swaps é notada

quando uma instituição possui ativos e passivos com indexadores distintos e uma outra instituição possui uma posição oposta à primeira. Em outras palavras: se uma instituição A tiver passivos em dólar e [ativos](#) indexados ao [CDI-over](#), e não quiser correr riscos de [variação cambial](#), ela procura uma instituição B, com ativos em dólar e passivos em [CDI-over](#), e faz um [contrato de swap](#), trocando o passivo em dólar por um passivo indexado ao [CDI-over](#) que é o mesmo indexador do [ativo](#).

Os [swaps](#) são indicados também para os investidores que possuem descasamento de prazos entre passivos e ativos, ou seja, os prazos de vencimento de empréstimos e dívidas não coincidem com os prazos de investimento ou de receitas e podem comprometer o fluxo de caixa de uma empresa

SWAP ENTRE DÓLAR + JUROS COM A TAXA DO CDI-OVER: Este é um dos mais tradicionais swaps realizados no mercado. Acompanhe um exemplo de como arbitrar taxas de diferentes mercados utilizando swaps e auferir lucro.

EXEMPLO

Um Banco X possui uma linha de crédito para exportação e consegue um financiamento de R\$ 1.000.000,00 a uma taxa de U\$ (dólar) + 17% por um prazo de 180 dias. No mercado, a taxa de swap entre dólar contra CDI-over é de U\$ + 20%, que é maior que a taxa de financiamento para o mesmo período. O Banco X irá arbitrar esta diferença de taxas entre estes dois mercados.

A [variação cambial](#) no período de análise foi de 8.57%.

A taxa CDI-over no período foi de 15% .

ARBITRAGEM POR MEIO DO SWAP

	ATIVO	PASSIVO
Posição original	CDI - over	Empréstimo (U\$ + 15%)
	=1.000.000*1.15 1.150.000,00	=1.000.000*1.17*1.0857 1.270.269,00
Swap	U\$ + 20%	CDI - over
	=1.000.000*1.20*1.0857 1.302.840,00	=1.000.000*1.15 1.150.000,00
Total	2.452.840,00	2.420.269,00
Lucro no Swap	32.571,00	

SWAP ENTRE MOEDAS (Currency Foreign Exchange): Esse tipo de swap, também chamado de swap cambial, é utilizado por instituições ou empresas que emitem [títulos](#) nos mercados internacionais ([eurobonds](#)) em moedas diferentes do dólar como yen, lira, marco, libra, e outras [moedas](#). Muitas vezes emitir [títulos](#) em mercados diferentes do americano garante uma taxa de remuneração mais adequada, além de uma maior base de investidores potenciais.

Por tratar-se de troca de fluxo de pagamentos de [títulos](#), há periodicamente o pagamento

de juros, que também devem fazer parte do swap.

Acompanhe o exemplo a seguir:

EXEMPLO

Um investidor americano planeja comprar um eurobond de outra empresa, em liras italianas no valor de ITL 10.000.000,00, que paga juros anuais de 4,5%, com prazo de vencimento de dois anos. No ato da compra ele desembolsa os ITL 10 bilhões de liras e receberá anualmente juros de ITL 450 milhões, no final de dois anos receberá o valor do principal mais outra parcela dos juros .

Valor do principal	10.000.000.000,00
Juros a .a .	4,50%

Fluxo de caixa do Eurobond	
Ano 0	(10.000.000.000,00)
Ano 1	450.000.000,00
Ano 2	10.450.000.000,00
Taxa interna de Retorno	4,50%

Supondo que esse investidor projete que, no futuro, a lira italiana irá se desvalorizar perante ao dólar, e que ele prefira não correr o risco de oscilações cambiais. No mercado internacional a cotação da lira no presente e no futuro acompanha a seguinte tendência:

Cotação Lira/Dólar	
Ano 0	2.000,00
Ano 1	2.100,00
Ano 2	2.200,00

Conforme a planilha abaixo, a lira Italiana estará se desvalorizando. O cliente então decide trocar o fluxo de caixa do Eurobond junto a uma corretora de Swap (Swap broker) por um fluxo em dólar.

Valor do principal	5.000.000,00
Juros a .a .	6,50%

Os U\$ 5 milhões equivalem aos ITL 10 bilhões do Eurobond. A taxa de juros em dólar é maior.

Fluxo de caixa do Eurobond	
Ano 0	(5.000.000,00)
Ano 1	325.000,00
Ano 2	5.325.000,00
Taxa interna de Retorno	6,50%

Ao realizar este contrato de Swap, todos os recebimentos de juros e do principal do Eurobond deverá ser enviado ao Swap Broker, e este lhe

enviará o fluxo do contrato de Swap em dólar. Acompanhe abaixo o efetivo fluxo de caixa em Liras da operação de Swap:

Fluxo de caixa final do Swap		
Ano 0	(10.000.000.000,00)	= 5 mi x 2000,00 (cotação da ITL ano 0)
Ano 1	682.500.000,00	= 325 mil x 2000,00 (cotação da ITL ano 1)
Ano 2	11.715.000.000,00	= 5,325 mi x 2000,00 (cotação da ITL ano 3)
Taxa interna de Retorno	11,70%	

Repare que o rendimento do investidor aumentou. A taxa de retorno do Eurobond era de 4,5% e com o Swap a taxa passou para 11,70%. Se o lira italiana tivesse se valorizado, o investidor iria ter uma taxa de retorno menor comparada ao dólar.

VI.1.5 - MERCADO DE FUNDOS DE INVESTIMENTO

VI.1.5.1 - FUNDOS DE INVESTIMENTO

Os fundos de investimento são condomínios abertos ou fechados, que possibilitam a seus cotistas a oportunidade de, em conjunto, investir no mercado de capitais - de renda fixa e/ou variável - e mercados estruturados aos quais, individualmente, teriam pouco ou nenhum acesso. Os fundos conferem ao investidor melhores condições de remuneração no mercado, devido à administração profissional e por lidarem com volume de recursos extremamente expressivos.

Cada fundo tem seu próprio regulamento em que constam as regras a serem seguidas na sua administração, ou seja, o objetivo do fundo e sua política de investimento.

Os fundos de investimento são criados por instituições financeiras autorizadas pelo Banco Central e pela Comissão de Valores Mobiliários. Essas instituições são responsáveis por administrar o patrimônio de um fundo e fornecer ao investidor todo tipo de informação de forma transparente aos investidores. Existem no mercado diversos tipos de fundo, para os mais variados perfis de investidores.

Os fundos são uma alternativa para os investidores obterem rentabilidade de ações e títulos de renda fixa sem necessariamente conhecer profundamente o mercado financeiro.

Os fundos também diluem o risco de grandes perdas, pois o patrimônio deles é aplicado em diversos ativos. Um pequeno investidor, sozinho, não conseguiria investir em tantos ativos !

Categorias de fundos:

Fundos de Investimento Financeiro (FIF)

Modalidade que agrega aplicações em ativos de renda fixa ou variável, bem como em instrumentos derivativos, em acordo com a regulamentação do fundo e regras de enquadramento do Banco Central.

O patrimônio desses fundos é aplicado em [títulos públicos](#) prefixados, pós-fixados, **títulos mobiliários**, [ouro](#) e **operações com derivativos**. Podem ter prazo de resgate curto ou indefinido (de 30, 60 ou 90 dias). Com o objetivo de reduzir o [risco](#) desses fundos, a legislação proíbe que uma pessoa jurídica obtenha, sozinha, mais de 10% do patrimônio total do fundo. O gestor do fundo também não pode aplicar mais do que 20% do patrimônio numa única empresa.

Fundos de Aplicação em Cotas de FIF (FAC)

Categoria de fundos cujos recursos são aplicados em [cotas de fundos FIF](#), garantindo maior diversidade do [portfólio](#) e distribuição de [risco](#). Existe uma regra da [CVM](#) para distribuição do risco que impede o gestor do fundo de aplicar mais do que 25% do patrimônio num único fundo FIF.

Os fundos se classificam ainda em **Fundos de Renda Fixa**, **Fundo de Renda Variável** e **Fundo de Previdência Privada**.

VI.1.5.2 - FUNDOS DE RENDA FIXA

Fundos de Renda Fixa: Este fundo tem o patrimônio investido em [títulos](#) prefixados/pós-fixados públicos ou privados (por exemplo, CDB, RDB, debêntures e títulos públicos federais). Os títulos prefixados garantem uma [rentabilidade](#) alta no caso de queda da taxa de juros. Os títulos pós-fixados acompanham as taxas de juros no vencimento.

Fundos DI: Investidores mais conservadores, que preferem correr poucos riscos, têm nestes fundos uma opção. Estes fundos são atrelados ao *Certificado de Depósito Interfinanceiro (CDI)*.

Fundos de Derivativos: Têm seu patrimônio aplicado em derivativos de [ativos](#) prefixados/pós-fixados. Por meio de [swaps](#), [opções](#), futuros, o administrador consegue se alavancar e obter maiores rendimentos. Entretanto, também pode haver perda de patrimônio.

Fundos Cambiais: Segmento cujo objetivo é seguir a variação dos títulos cambiais. Esta modalidade de fundo é composta por um patrimônio de títulos da dívida pública ou privada atrelado ao dólar e/ou por derivativos cambiais (exemplo: mercado futuro de dólar).

Fundos de Investimento no Exterior (FIEX): O patrimônio é aplicado em **títulos da dívida externa brasileira**, como os [C-bonds](#), títulos de crédito de financiamento no Exterior e alguns derivativos vinculados aos títulos de dívida externa.

Fundo multipartido: Também conhecido como multicarteira, é composto por diferentes ativos (renda fixa ou variável), em proporções distintas, de acordo com a política de investimento do fundo

VI.1.5.3 - FUNDOS DE RENDA VARIÁVEL

Fundo Mútuo de Investimento em Títulos e Valores Mobiliários (FITVM): Neste fundo o investidor pode conseguir bons rendimentos com renda variável sem, necessariamente conhecer o mercado. O patrimônio do fundo é investido em [ações](#), **títulos mobiliários**, [títulos públicos](#) e [cotas de fundos FIF, FAC, FIEX](#). Pelo menos 51% devem ser aplicados

em renda variável. Convém, porém, conhecer as estratégias do administrador, que deve ser compatível com o [perfil do investidor](#). Por estarem sujeitos a grandes oscilações, estes fundos também apresentam maiores chances de perda de patrimônio. As **taxas** de [administração](#) e de [performance](#) variam de acordo com a instituição gestora.

Fundo Passivo: O fundo passivo de renda variável acompanha o índice [Bovespa](#), ou seja, o administrador aplica o patrimônio do fundo nas ações que compõem o índice. Os rendimentos, portanto, são iguais ao do [Ibovespa](#).

Fundo Carteira Livre - Ativo: Tem seu patrimônio investido em [ações](#) a critério do administrador. Alguns fundos aplicam em setores específicos como telecomunicação, bancos, internet, etc. Os rendimentos costumam ser maiores e, portanto, também os [riscos](#) envolvidos costumam ser mais elevados. A política, estratégia e o histórico dos gestores são importantes e devem ser considerados pelo investidor antes de decidir em qual fundo aplicar.

Fundo Derivativo: Tem seu patrimônio aplicado em [ações](#), [títulos públicos](#) e [privados](#), [cotas de fundos](#) e [derivativos](#) ([opção](#), [futuros](#) e [contratos a termo](#)). Este fundo pode ser uma boa opção para [investidores agressivos](#), que procuram uma remuneração mais alta. Os riscos envolvidos costumam ser altos e geralmente o patrimônio está alavancado. Assim, o risco de haver perda de patrimônio é maior, assim como também a necessidade de depósitos adicionais para cumprir as operações realizadas.

Fundo Off-Shore: Constituído por carteiras que aplicam recursos disponíveis no exterior em ativos brasileiros e que têm sede formalmente localizada no exterior. São aplicados pelo gestor em [ADRs](#), [commercial paper](#) e [eurobonds](#) de empresas brasileiras com sede no Exterior.

VI.1.5.4 - FUNDOS DE PREVIDÊNCIA PRIVADA

Há no mercado duas categorias de planos de previdência privada: os planos **individuais**, ou *Fundos de Previdência Privada Aberta*, e os **coletivos**, ou *Fundos de Previdência Privada Fechada*, também chamados de fundos de pensão. Dos planos individuais pode participar qualquer pessoa. São comprados individualmente no mercado de bancos, corretoras ou seguradoras. Já os planos coletivos são vinculados a empresas e contratados por elas. Participam dos fundos de pensão os funcionários das empresas contratantes, por meio de contribuições mensais, geralmente descontadas em folha de pagamento.

FUNDOS DE PREVIDÊNCIA PRIVADA ABERTA: No momento da contratação do plano o participante estipula o tempo pelo qual deseja poupar, a idade com a qual gostaria de sair e o valor do benefício (aposentadoria) que quer receber. Atualmente, o saldo do capital formado pelas contribuições mensais é corrigido anualmente em 6%, mais a variação do [IGP-M](#). Apenas parte dos ganhos financeiros conseguidos acima da rentabilidade mínima garantida é repassada ao participante. Oferece um benefício fiscal ao participante, permitindo que abata até 12% da sua renda bruta tributável no Ajuste da Declaração Anual, reduzindo com isso a base de cálculo do imposto.

FUNDOS DE PREVIDÊNCIA PRIVADA FECHADA: Também conhecidos como fundos de pensão, são comprados no mercado por empresas para uso de seus funcionários. A participação dos funcionários se dá por meio de contribuições mensais, geralmente via desconto em folha de pagamento. Atualmente, o saldo do fundo é corrigido anualmente em 6% mais a variação do [IGP-M](#).

FUNDOS DE APOSENTADORIA PROGRAMADA INDIVIDUAL (FAPI): É uma modalidade de fundo de investimento voltado à complementação da aposentadoria básica da Previdência Social. Pode ser considerado, portanto, um produto de previdência complementar. Neste plano, o participante não tem a garantia de um rendimento mínimo como acontece no plano de previdência privada tradicional. Mas ele poderá escolher o tipo de [aplicação](#) onde deseja que seu dinheiro seja investido, de acordo com seu [perfil de risco](#) (conservador ou agressivo). No FAPI o participante adquire [cotas de um fundo](#) de investimento comum (FIF). Todo ganho excedente tido com a aplicação do dinheiro no mercado é repassado integralmente ao participante.

PLANO GERADOR DE BENEFÍCIOS LIVRES (PGBL): É uma alternativa de complementação de aposentadoria. Não oferece ao participante uma garantia de rendimento mínimo. Todo ganho excedente conseguido no mercado é repassado integralmente ao contribuinte. Também aqui o participante pode escolher o tipo de fundo de investimento onde suas contribuições serão aplicadas. Pode estipular, ainda, o valor de suas contribuições e o valor do benefício (aposentadoria) que quer receber ao final do plano.

No [PGBL](#) o participante pode deduzir as contribuições feitas até um limite de 12% da renda bruta anual. O valor da aposentadoria é calculado no final de todas as contribuições, com base no montante acumulado na [aplicação](#) financeira. Há hoje no mercado três tipos

de [PGBL](#). A diferença entre eles está no tipo de [aplicação](#) financeira em que o fundo é investido. Portanto, a escolha vai depender do risco que o participante está disposto a correr. Confira a seguir as características de cada um.

Plano soberano: mais indicado para clientes com [perfil conservador](#), este fundo tem seu patrimônio aplicado em [títulos públicos](#), como títulos do Tesouro Nacional, Títulos do Banco Central e Créditos Securitizados do Tesouro Nacional.

Plano renda fixa: indicado para quem tem [perfil de investidor](#) moderado, que não quer correr riscos. O patrimônio do fundo é investido em renda fixa, além de títulos públicos.

Plano composto: mais indicado para investidores com [perfil](#) agressivo. Até 49% do patrimônio são investidos em renda variável (ações). O restante é aplicado em renda fixa ou em [títulos públicos](#).

[Clique aqui](#) e veja algumas questões (FAQ) interessantes sobre os Fundos de Investimentos.

VI.1.5.5 - ANÁLISE DE RENTABILIDADE

Para analisar a rentabilidade e o desempenho dos fundos existem alguns fatores que devem ser considerados pelo investidor.

Volatilidade: mostra a variação de preço das [cotas dos fundos](#), medindo a estabilidade das aplicações realizadas, permitindo, com isso, que se meça a estabilidade das aplicações feitas. Quanto mais alta for a [volatilidade](#) do fundo maior seu [risco](#).

Índice Sharpe: índice que mostra a relação entre o [risco](#) contido num fundo de investimento e o valor pago ao investidor. Quanto maior esse índice, melhor seu desempenho.

Convém, ainda, comparar os rendimentos com as **taxas de juros** do [CDI](#) (*Certificado de Depósito Interbancário*), [poupança](#) e o Índice [Bovespa](#), referências de análise de desempenho.

5.6 - Tributação de Fundos

A tributação dos fundos obedece alguns critérios:

- Nos **fundos de renda fixa**, o imposto de renda sobre o ganho nominal é de 20%.
- Nos fundos com [ativos](#) vinculados à **renda variável**, o imposto de renda sobre o ganho nominal é de 10%.
- Nos fundos de aposentadoria [FAPI](#) e [PGBL](#), o percentual do imposto de renda varia de acordo com o valor do resgate. Resgates de até R\$ 900 estão isentos; de R\$ 900 até R\$ 1800, o imposto de renda é de 15% com uma dedução de R\$ 135; acima de R\$ 1800, o IR é de 27,5%, com uma dedução de R\$ 360. Nos fundos do tipo FAPI, além da tributação do imposto de renda feita sobre o ganho nominal, o fundo ainda é tributado em 20% sobre o rendimento apresentado.

Sobre todos os fundos ainda incide a **Contribuição Provisória sobre Movimentação Financeira (CPMF)** de 0,30% do total resgatado e [IOF](#) proporcional aos dias de rendimento (até 29 dias).

VI.2 – AS TAXAS DE JUROS

Vamos, agora, estabelecer quatro taxas que são muito importantes no mercado financeiro: a taxa “OVER”, a TBF, a TR e a TJLP

VI.2.1 – A TAXA “OVER”

Todas as Instituições Financeiras e as Instituições autorizadas pelo Banco Central do Brasil a operar no Mercado Financeiro, particularmente no Mercado Aberto (Open Market), quer na CETIP ou no SELIC, utilizam bastante a taxa “Over Night” ou, mais comumente chamada, a taxa “over”, para realizar as suas operações. A taxa “over” é uma taxa equivalente a um fator diário, obtido por meio da descapitalização de uma determinada taxa efetiva pelo número de dias úteis (também chamado de saques) compreendidos no período a que ela se refere.

EXEMPLO 1

Suponha que a taxa “over” em determinado momento esteja definida em 5,4% a.m.. No período de referência da taxa, estão previstos 22 dias úteis. Qual a taxa efetiva do período?

Solução

Como a taxa “over” é geralmente definida por juros simples (taxa nominal), a taxa diária atinge:

$$i = \frac{5,4\%}{30} = 0,18\% \text{ ao dia } \dots\dots\dots \text{ taxa nominal}$$

Sabendo que no período de referência dessa taxa existem 22 dias úteis, a taxa efetiva é obtida pela capacitação composta, ou seja:

$$i = (1 + 0,0018)^{22} - 1 = 4,04\% \text{ a.m. } \dots\dots \text{ taxa efetiva}$$

Em outras palavras, pode-se concluir que 4,04% representam a taxa efetiva para 22 dias úteis, ou mesmo para os 30 dias corridos do mês.

Em resumo, os procedimentos de apurar a taxa efetiva dada uma taxa nominal de juros “over” são os seguintes:

- Dividir a taxa de “over” geralmente mensal, pelo número de dias corridos no período para se obter a taxa nominal diária;
- Capitalizar a taxa diária pelo número de dias úteis previstos na operação.

A expressão básica de cálculo da taxa efetiva é:

$$i(\text{efetiva}) = \left(1 + \frac{\text{over}}{30}\right)^{du} - 1$$

sendo: “over” a taxa nominal mensal “over”, *du* o número de dias úteis previstos no prazo da operação.

Por outro lado, muitas vezes é interessante transformar uma taxa efetiva em taxa de “over”. No exemplo acima, foi definida uma taxa nominal “over” de 5,4% a.m. para um período com 22 dias úteis. Com isso, calculou-se a taxa efetiva de 4,04% a.m..

Se fosse dada a taxa efetiva para se transformar em “over”, o procedimento de cálculo seria o inverso, ou seja:

- Descapitalizar exponencialmente a taxa efetiva para cada dia útil previsto na operação;
- Por ser nominal, e definida mensalmente, a taxa “over” é obtida pelo produto da taxa descapitalizada pelo número de dias corridos do mês.

Aplicando-se esses procedimentos na ilustração, tem-se:

$$i = 4,04\% \text{ ao mês}$$

$$du = 22 \text{ dias úteis}$$

$$i = (1,0404)^{\frac{1}{22}} - 1 = 0,18\% \text{ ao dia útil}$$

$$\text{OVER} = 0,18\% \times 30 = 5,4\% \text{ a.m.}$$

A formula de cálculo da taxa “over”, dada uma taxa efetiva de juros, pode ser desenvolvida da seguinte forma:

$$\text{over} = \left[(1+i)^{\frac{1}{du}} - 1 \right] \times 30$$

Substituindo os valores ilustrativos acima, chega-se aos 5,4% a.m., ou seja:

$$\text{over} = \left[(1,0404)^{\frac{1}{22}} - 1 \right] \times 30 = 5,4\% \text{ a.m.}$$

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1. Uma taxa “[over](#)” está definida em 4,8% a.m.. Para um mês de 23 dias úteis, determinar a taxa efetiva

Solução

$$i(\text{efetiva}) = \left(1 + \frac{0,048}{30} \right)^{23} - 1 = 3,75\% \text{ a.m.}$$

2. Converter a taxa efetiva de 4,1% a.m. em taxa “[over](#)”, sabendo que no período existem 21 dias úteis.

Solução

$$\text{over} = \left[(1 + 0,041)^{\frac{1}{21}} - 1 \right] \times 30 = 5,75\% \text{ a.m.}$$

3. Uma [aplicação](#) pelo prazo de 35 dias corridos, que incluem 26 dias úteis, remunerou o capital aplicado a uma taxa “[over](#)” de 4,3% a.m. Determinar a taxa efetiva mensal de juros.

Solução

$$\text{over} = \frac{4,3\%}{30} = 0,1433\% \text{ ao dia.}$$

Os juros são capitalizados somente nos dias úteis. Os 25 dias úteis considerados na operação equivalem a: $25/35 = 0,714286$ dos 35 dias da [aplicação](#) financeira, ou a: $0,714286 \times 30 = 21,42858$ dias do mês. Logo:

$$i(\text{efetiva}) = (1 + 0,001433)^{23,42858} - 1 = 3,12\% \text{ a.m.}$$

4. Atualizar um valor financeiro de R\$ 68.500,00 por 1 dia útil à taxa “[over](#)” de 2,25% a.m.

Solução

$$i(\text{efetiva}) = \left(1 + \frac{0,0225}{30} \right)^1 - 1 = 0,075\% \text{ ao dia}$$

$$\text{Valor Atualizado} = 68.500,00 \times (1 + i_{\text{efetiva}})^1 = 68.500,00 \times 1,00075 = \text{R\$ } 68.551,38$$

Se a atualização financeira fosse por todo o período de 26 dias úteis, ficaríamos com:

$$i(\text{efetiva}) = \left(1 + \frac{0,0225}{30}\right)^{26} - 1 = 1,9684\% \text{ a.m.}$$

E o valor atualizado seria: $68.500,00 \times 1,019684 = \text{R\$ } 69.848,35$
 Se quiséssemos fazer a atualização financeira pela taxa efetiva no período de 36 dias corridos, teríamos:

$$i(\text{efetivo}) = 1,9684\%$$

E o valor atualizado seria o mesmo que o anterior, ou seja $\text{R\$ } 69.848,35$

5. Se no exemplo anterior a taxa “over” permanecer a mesma nos primeiros 10 dias úteis, subir para 2,28% a.m. nos 7 dias úteis seguintes e descer para 2,26% a.m. nos últimos 9 dias úteis, qual será o valor atualizado?

SOLUÇÃO

O fator de atualização seria:

$$F = \left(1 + \frac{0,0225}{30}\right)^{10} \times \left(1 + \frac{0,0228}{30}\right)^7 \times \left(1 + \frac{0,0226}{30}\right)^9 = 1,019786$$

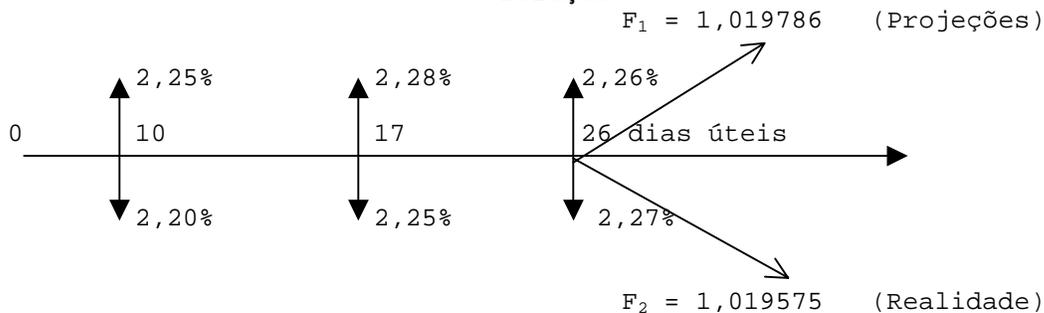
O valor atualizado será:

$$68.500,00 \times 1,019786 = \text{R\$ } 69.855,33$$

Como se pode ver, a taxa “over” espelha a expectativa do Mercado para o custo do dinheiro futuro, dentro do prazo em que vai ser realizada determinada operação.

6. Fulano quer aplicar $\text{R\$ } 500.000.000,00$ em um título de Beltrano por 36 dias, com 26 dias úteis, e revende-lo no fim do prazo. Fulano projetou as taxas “over” acima (2,25% - 2,28 e 2,26% a.m.), respectivamente, para números de dias úteis indicados. Beltrano concordou com as projeções de Fulano e o negócio foi fechado no prazo combinado. No fim dos 36 dias corridos ou 26 dias úteis, verificou-se que as taxas “over” tiveram, na realidade, os seguintes valores: 2,20% a.m. para os 10 primeiros dias úteis, 2,25% a.m. para os 7 dias úteis seguintes e 2,27% a.m. para os últimos 9 dias úteis. Quem levou a melhor? Fulano ou Beltrano?

Solução



$$F_2 = \left(1 + \frac{0,022}{30}\right)^{10} \times \left(1 + \frac{0,0225}{30}\right)^7 \times \left(1 + \frac{0,0227}{30}\right)^9 = 1,019575$$

Assim:

$$V_1 = 500.000.000,00 \times 1,019786 = \text{R\$ } 509.893.000,00$$

$$V_2 = 500.000.000,00 \times 1,019575 = \text{R\$ } 509.787.500,00$$

Fulano projetou taxas “over”, de propósito ou não, acima da realidade, assim aplicou seu dinheiro com Beltrano, recebendo mais do que deveria na ocasião da revenda (26 dias úteis após). O valor a mais foi de $(V_1 - V_2) = \text{R\$ } 105.500,00$.

Em termos de %, o ganho extra foi de $(F_1/F_2) = 1,000207$ ou 0,020695%, que deve incidir sobre o valor aplicado de $\text{R\$ } 500.000.000,00$ (época zero). Então:

$$0,020695\% \times 500.000.000,00 = R\$ 103.474,50 \quad \text{na época zero}$$

Levando o valor acima para a época da revenda (26 dias úteis após), aplicando obviamente o $F_2 = 1,019575$, vamos ter:

$103.474,50 \times 1,019575 = R\$ 105.500,00$, exatamente o valor ($V_1 - V_2$) acima.

Fulano levou a melhor sobre Beltrano, pois na ocasião da revenda conseguiu R\$ 105.500,00 a mais. Isto se deve às projeções de taxa "over" realizadas por Fulano e Beltrano. Veja como é importante fazer o cálculo das projeções da taxa o mais corretamente possível. Essa é a maior dificuldade da Matemática Financeira e, por que não dizer, do Mercado Financeiro como um todo, pois é baseando-se no comportamento das taxas futuras que se toma as decisões mais acertadas no presente, tanto para comprar ativos (aplicar recursos) como para vender (tomar recursos)

Posteriormente veremos como efetuar algumas operações financeiras usando a taxa "over".

VI.2.2 - TAXA BÁSICA FINANCEIRA (TBF)

Criada pelo Conselho Monetário Nacional (CMN) por meio da Resolução nº 2.171 de 30/06/95, a TBF teve por principal finalidade ajudar no projeto de ampliação do prazo das aplicações financeiras, ocorridas após o Plano Real e paralelamente servir de base para o cálculo da TR (Taxa Referencial) e o seu Redutor.

A TBF, calculada pelo BACEN, consiste no estabelecimento diário da **taxa média mensal ponderada** pelo volume dos 30 maiores Conglomerados Financeiros, eleitos semestralmente pelo BACEN, em função da quantidade de captação de depósitos e recibos de depósitos a prazo (CDB e RDB) pré-fixados de 30 a 35 dias, quantidade essa obtida por meio de seus balanços semestrais. A amostra desses Conglomerados Financeiros é composta de seus Bancos Múltiplos, Comerciais e de Investimento e de Caixas Econômicas.

Diariamente as Instituições Financeiras da amostra devem fornecer ao BACEN sua taxa média mensal ponderada pelo volume captado, o qual calcula a TBF no dia útil imediatamente posterior ao dia de referência, segundo a relação:

$$TBF = \frac{\sum_{k=1}^n M_k \times T_k}{\sum_{k=1}^n M_k}$$

em que:

TBF = taxa básica financeira do dia da coleta

$1 \leq k \leq n$

n = número de Conglomerados da amostra = 30

M_k = montante dos CDB/RDB emitidos pelo k-ésimo Conglomerado

T_k = taxa média mensal ponderada do k-ésimo Conglomerado

Assim a TBF relativa à coleta do dia 2, por exemplo, só é calculada no dia 3 e publicada nos jornais do dia 4, supondo-se 2 e 3, dias úteis.

Os mesmos tipos de Instituições Financeiras que ajudam a compor a TBF foram autorizadas pelo BACEN, quando da criação da TBF, a acolher os Depósitos a Prazo de

Reaplicação Automática (DRA), atrelados à TBF, antes pelo prazo mínimo de três meses e agora reduzido a dois meses.

O mercado pode agora também realizar operações, tanto ativas quanto passivas com base nas TBF, desde que o prazo mínimo seja de dois meses.

VI.2.3 - TAXA REFERENCIAL (TR)

Criada em 1991 com a finalidade de propiciar ao Mercado Financeiro uma taxa de juros básica semelhante à “[Libor](#)” do mercado londrino ou a “[Prima-Rate](#)” do mercado dos EUA e de ser, portanto, utilizada pelos agentes econômicos nos negócios financeiros, a TR veio também para substituir os BTN Fiscais, que refletiam taxas passadas. A TR, como veremos, é baseada na expectativa de taxas futuras.

A TR nada mais é do que a [TBF](#) expurgada do juro real pago aos aplicadores e da tributação embutida nas taxas brutas, ou seja, mede a expectativa de inflação futura ou correção monetária, se considerarmos as duas como a mesma coisa, para os próximos 30 dias.

Assim para obtermos a [TR](#), basta que subtraímos da [TBF](#) correspondente o juro real pago e a tributação cobrada. Estas duas variáveis foram batizadas pelo [BACEN](#) de Redutor, que é também uma taxa de juros. Entretanto, como no regime de juros compostos não se pode subtrair (nem somar) taxas e sim dividir (ou multiplicar) fatores, temos:

$$TR = \left(\frac{1 + \frac{TBF}{100}}{R} - 1 \right) \times 100 \quad \text{em que } \left(1 + \frac{TBF}{100} \right) = \text{fator da TBF}$$

e

$$R = 1 + \frac{R''}{100} = \text{fator do Redutor (R'')}$$

Pela Resolução do [BACEN](#) nº 2437 de 30/10/97, que revogou a Resolução nº 2387 de 22/05/97, a fórmula do fator do Redutor, a partir de novembro de 1997, mudou para:

$$R = A + B (TBF_m)$$

Em que:

R = fator do Redutor

A = 1,0025

B = 0,45

TBF_m = média aritmética simples das TBF relativas aos cinco últimos dias úteis do mês anterior, Ana forma decimal.

As constantes A e B podem ser modificadas, porém com antecedência de 180 dias. Assim, o Redutor da TR tem sempre o mesmo valor dentro de cada mês.

EXEMPLO

Calcular a TR em que os dados coletados foram:

TBF = 1,7269% a.m. sempre com 4 casas decimais

TBF_m = 1,5600% a.m. sempre com 4 casas decimais

Dia da Coleta da TBF = 28/07/97

Solução

$R = A + B \times (TBF_m) = 1,0025 + 0,45 \times (0,0156) = 1,009520$ que arredondado para 4 casas decimais dá: $R = 1,0095$

$$TR = \left(\frac{1,017269}{1,0095} - 1 \right) \times 100 = 0,769589 \% \text{ a.m.}$$

Arredondando também para 4 casas decimais, temos:
 $TR = 0,7696\% \text{ a.m. de } 28/07/97 \text{ a } 28/08/97$

OBS:- O [BACEN](#), através da Resolução nº 2437 manda se calcular o fator R do redutor utilizando todas as casas decimais disponíveis em cada máquina, arredondando depois, antes de calcular a TR, para 4 casas

Por meio da Resolução nº 2459 de 18/12/97 do [BACEN](#), foi modificado o cálculo do fator do Redutor, o que implicou indiretamente a modificação do valor da TR. O fator do Redutor passou a:

$$R = \frac{1 + TBF_m}{A + B(TBF_m)}$$

em que:

R = fator do Redutor

A = 1,0000

B = 0,3184

TBF_m = mesmo conceito e forma anteriores.

As constantes vigorarão por prazo indeterminado, podendo, no entanto, ser alteradas com antecedência, agora mais curta ainda, de 30 dias. O [BACEN](#) calcula o fator R do redutor utilizando todas as casas decimais disponíveis, procedendo ao arredondamento do valor final para 4 casas decimais, exatamente como antes. É fácil de ver que o redutor da TR continuou tendo o mesmo valor dentro de cada mês.

EXEMPLO

Calcular o fator R do Redutor de 01/02/98 a 01/03/98, em que:
 $TBF_m = 2,4028\% = 0,024028$

Solução

$$R = \frac{1 + TBF_m}{A + B(TBF_m)}$$

$R = 1,016253$ que arredondando para 4 casas decimais, temos:
 $R = 1,0163$ ou $R' = 1,63\% \text{ a.m. de } 01/02/98 \text{ a } 01/03/98$

É bom lembrar que a fórmula inicial para o valor do TR não foi modificada. O que mudou foi a metodologia de cálculo do fator R do Redutor, para se enquadrar nos números projetados pela autoridade monetária, pois só de observar a fórmula original vê-se que um maior redutor diminui o valor da TR (e vice-versa)e, por conseguinte diminui (ou aumenta) também os rendimentos ou encargos de todos os [ativos](#) atrelados a ela, inclusive e principalmente a [Caderneta de Poupança](#).

Por meio da Resolução nº 2604 de 23/04/99, o cálculo do fator redutor da TR foi novamente modificado, para entrar em vigor em 01/06/99. Assim temos:

$$R = a + b \frac{TBF}{100} \quad \text{em que:}$$

R = Fator Redutor

a = 1,005

b = 0,48

TBF = Taxa Básica Financeira do dia de referência em termos percentuais

EXEMPLO

Calcular a TR do dia 14/06/99, em que a TBF = 1,5772%.

Solução

1. Vamos calcular inicialmente o fator R do Redutor:

$$R = 1,005 + 0,48 \frac{1,5772}{100}$$

$$R = 1,012571 \quad \text{que arredondado para 4 casas, dá: } R = 1,0126$$

2. Cálculo da TR:

$$TR = \left(\frac{1,015772}{1,0126} - 1 \right) \times 100 = 0,313253\% \text{ a.m.} \quad \text{ou } TR = 0,3133\% \text{ a.m.}$$

VI.2.4 - TAXA DE JUROS DE LONGO PRAZO (TJLP)

Calculada pelo Banco Central de Brasil desde dezembro de 1994, a [TJLP](#) está diretamente relacionada aos processos de alongamento e desindexação, realizadas no Sistema Financeiro Nacional.

A [TJLP](#) era calculada, inicialmente, apenas sobre a [rentabilidade](#) nominal média dos títulos das dívidas públicas, externa e interna, verificadas no período de três meses imediatamente anteriores ao de sua vigência, pois apesar de ser uma taxa anual, sua vigência é trimestral (dezembro, janeiro e fevereiro; março, abril e maio, etc.). Assim:

$$TJLP = p \times TDE + q \times TDI$$

Em que p e q, atualmente com percentuais respectivamente de 75 e 25, são os fatores de ponderação.

Os [títulos](#) que podem integrar a base de cálculo da TJPL devem ter os seguintes prazos mínimos, a critério do [BACEN](#): dívida externa, 2 anos e dívida interna, 6 meses. As [NTN](#), principalmente as da série D indexadas ao “dólar” dos EUA e que veremos no próximo capítulo, estão entre os papéis usados no cálculo da [TJLP](#). No entanto, a maioria dos papéis que integram a base de cálculo é da dívida externa.

Devido a alta taxa calculada pelo [BACEN](#) para o trimestre dezembro/98 – fevereiro/99 de 18,06% a.a., superior em 54,60% à anterior, obviamente em função da crise russa de setembro de 1998, a Confederação Nacional da Indústria (CNI) e a Federação das Indústrias do Estado de São Paulo (FIESP) lutaram e conseguiram, por meio de Resolução do [BACEN](#), uma outra fórmula de cálculo para a [TJLP](#), com base na média/ano da própria [TJLP](#) corrigida pelo fator 1,1 (10%) estabelecido pelo CMN. Como a média da [TJLP](#) em 1998 foi de 11,6733%:

$$TJLP = 11,6733\% \times 1,1 = 12,8406\% \text{ a.a}$$

A partir desta resolução do [BACEN](#) passaram a coexistir duas fórmulas para cálculo da [TJLP](#): a inicialmente concebida e esta agora, chamada de “com redutor”. Na virada do trimestre vai valer a que for menor. Coisas de Brasil.

O período de vigência continuará trimestral só que a partir de janeiro de 1999 os trimestres serão os civis: janeiro/março, abril/junho, etc.

Assim a [TJLP](#), realmente alta de dezembro de 1998, só serviu mesmo para o mês de dezembro de 1998.

Os recursos do PIS-PASEP, do Fundo de Amparo ao Trabalhador (FAT) e do Fundo da Marinha Mercante, todos repassados ao [BNDES](#) começaram a receber a remuneração da [TJLP](#), ao ser criada a taxa, dezembro de 1994. Por ser o único órgão atualmente a possuir passivos sobre os quais paga [TJLP](#), o [BNDES](#) é também a única instituição que oferece recursos atrelados à [TJLP](#), acrescidos, é claro, de uma taxa de juros. Assim, temos as operações da [FINAME](#) (Agência Especial de Financiamento Industrial, empresa 100% subsidiária do [BNDES](#)) principalmente as dos programas básicos [FINAME](#) e [Leasing](#), em que a maioria dos empréstimos é realizada com a [TJLP](#).

Apenas a título de curiosidade apresentamos a seguir os valores das primeiras e das últimas [TJLP](#), em que podemos constatar a queda de patamar.

Vigência	Taxa Anual
de 01/12/94 a 28/02/95	26,01%
de 01/03/95 a 31/05/95	23,65%
de 01/06/95 a 31/08/95	24,73%
de 01/09/95 a 30/11/95	21,94%
.	.
.	.
.	.
de 01/12/97 a 28/02/98	9,89%
de 01/03/98 a 31/05/98	11,77%
de 01/06/98 a 31/08/98	10,63%
de 01/09/98 a 31/11/98	11,68%
Dezembro/98	18,06%
de 01/01/99 a 31/03/99	12,84%

O ministro da Fazenda anunciou em 22/09/99 nova mudança na metodologia de cálculo para a [TJLP](#). De acordo com o ministro, o assunto, depois de discutido no governo, foi concluído coma decisão de passar a calcular a taxa com base na expectativa de inflação em 12 meses e nas taxas de juros reais internacionais, embutindo o “risco Brasil”. Pela nova metodologia, segundo o Ministro, a expectativa de inflação nos próximos 12 meses (3 meses deste ano e 9 meses do próximo), seria de 6,50% e a taxa de juro internacional, de aproximadamente 6%. Com isso, a nova [TJLP](#), que passou avigorar a partir de 1º de outubro/99, foi de 12,50%. O Ministro explicou que a [TJLP](#) de 12,50% vale por 12 meses a partir de 01/10, mas tem prazo de vigência até 31/12/99. Ou seja, nessa data ela deverá ser recalculada.

Para facilitar o entendimento e perceber as diferenças e semelhanças entre os diversos papéis componentes do mercado podemos também agrupa-los em:

- Aplicações Financeiras com Rendas Fixas
- Operações de Empréstimos e Financiamentos

VI.3 - APLICAÇÕES FINANCEIRAS COM RENDA FIXAS

São as seguintes as **aplicações financeiras** com a *renda fixa* que temos no mercado:

- Renda pré - fixada: [CDB](#), [RDB](#), [LC](#), [BBC](#), [LTN](#)
- Renda pós - fixada: [CDB](#), [RDB](#), [LC](#), [Caderneta de Poupança](#), [NTN](#), [Debêntures](#), [Operações com Fundo de Investimento de Renda Fixa](#), [FAF](#)

VI.4 - OPERAÇÕES DE EMPRÉSTIMOS E FINANCIAMENTOS

São as seguintes as **operações de empréstimos e financiamentos** existentes no nosso [mercado financeiro](#):

- *Empréstimos e financiamentos com encargos pré - fixados*: [Descontos de Duplicatas](#), [Capital de Giro](#), [Crédito Direto ao Consumidor](#) (CDC)
- *Empréstimos e Financiamentos Pós - Fixados*: [Capital de Giro](#), [CDC](#) (crédito direto ao consumidor), [FINAME](#), [POC](#), [Repasse de Recursos do Exterior](#), [LEASING](#), [Mercado Imobiliário](#)

[Clique aqui](#) e veja algumas questões (FAQ) interessantes relativas às operações de empréstimos.

APÊNDICE 01

DETERMINAÇÃO DO NÚMERO EXATO DE DIAS ENTRE DUAS DATAS

Podemos obter o número **exato** de dias entre duas datas de três maneiras diferentes:

1ª.) Pela contagem direta dos dias em um calendário, lembrando que apenas um dos dias extremos deve ser incluído.

2ª.) Pela HP 12C, usando as funções de calendário (**DATE** e **ΔDYS**) que podem manipular datas entre 15 de Outubro de 1582 até 25 de Novembro de 4046.

A calculadora usa dois formatos de datas distintos:

Mês-Dia-Ano – Para trabalhar com datas no formato mês-dia-ano, pressione **g M.DY**. Para introduzir uma data com esse formato em vigor:

- Introduza o(s) dígito(s) do mês (no máximo 2 dígitos).
- Pressione a tecla do ponto decimal (.)
- Introduza os dois dígitos do dia.
- Introduza os quatro dígitos do ano.

As datas são apresentadas no visor nesse mesmo formato

EXEMPLO: Introduzir 7 de abril de 1987

Pressione	visor
4.071987	4.071987

Dia-Mês-Ano. Para ativar o formato dia-mês-ano, pressione **g D.MY**. Para introduzir uma data, estando esse formato em vigor:

- Introduza o(s) dígito(s) do dia (no máximo 2 dígitos)
- Pressione a tecla do ponto decimal (.)
- Introduza os dois dígitos do mês.
- Introduza os quatro dígitos do ano.

EXEMPLO: Introduzir 7 de abril de 1987

Pressione	Visor
7.041987	7.041987

Quando o formato da data é dia-mês-ano, o indicador de estado (anúncio) **D.MY** fica aceso no visor. Se o anúncio **D.MY** não estiver aceso, o formato da data será mês-dia-ano.

O formato da data que vocês tiver especificado ficará vigorando até que você o mude; ele não é redefinido cada vez que a calculadora é ligada. No entanto, se a memória contínua for completamente apagada, o formato da data ficará sendo mês-dia-ano.

NÚMERO DE DIAS ENTRE DUAS DATAS

Para calcular o número de dias entre duas dadas datas:

- Introduza a data mais antiga e pressione **ENTER**
- Introduza a data mais recente e pressione **g ΔDYS**

A resposta apresentada no visor é o número real de dias entre as duas datas, incluindo os dias adicionais dos anos bissextos, se houver. Além disso, a HP-12C também calcula o número de dias entre datas, na base de um mês de 30 dias. Tal resposta é mantida dentro da calculadora: para apresentá-lo no visor, pressione a tecla **x>y**. Pressionando novamente esta mesma tecla, a resposta original retornará ao visor

EXEMPLO. Os cálculos de juros simples podem ser feitos tanto na base do número real de dias, como na base de meses de 30 dias. Qual será o número de dias de cada uma dessas formas a ser usado no cálculo de juros simples acumulados de 3 de Junho de 1983 a 15 de Outubro de 1984? Assuma a hipótese de que você normalmente expressa as datas no formato mês-dia-ano.

Pressione	Visor
g M.DY	11.09 Ativa o formato mês-dia-ano para a data
6.031983 ENTER	6.03 Introduz a data mais antiga e separa-a da mais recente
10.151984 g ΔDYS	500.00 Introduz a data mais recente. O visor apresentará o número de dias
x>y	492.00 Número de dias contados na base de um mês de 30 dias.

3ª.) Pelo uso da Tabela para contagem de Dias dada a seguir:

DIAS \ MESES	MESES											
	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AG	SET	OUT	NOV	DEZ
1	1	32	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335
2	2	33	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336
3	3	34	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337
4	4	35	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338
5	5	36	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339
6	6	37	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340
7	7	38	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341
8	8	39	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342
9	9	40	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343
10	10	41	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344
11	11	42	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345
12	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346
13	13	44	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347
14	14	45	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348
15	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349
16	16	47	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350
17	17	48	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351
18	18	49	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352
19	19	50	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353
20	20	51	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354
21	21	52	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355
22	22	53	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356
23	23	54	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357
24	24	55	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358
25	25	56	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359
26	26	57	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360
27	27	58	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361
28	28	59	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362
29	29		88	119	149	180	210	241	272	302	333	363
30	30		89	120	150	181	211	242	273	303	334	364
31	31		90		151		212	243		304		365

NOTA: Se o ano é bissexto, deve-se aumentar uma unidade ao resultado, caso o mês de fevereiro esteja incluído na contagem

No caso do exemplo anterior, procuramos a coluna relativa a dias o dia 18 e na linha relativa a meses o mês de maio, e anotamos o número que se acha na intersecção (linha do dia 18 com coluna do mês de maio): 138.

Em seguida, fazemos o mesmo para a data de 11 de março e encontramos 70. O número exato de dias é dado por: $138 - 70 = 68$ dias

Vamos, também, determinar o número exato de dias de 20 de outubro a 15 de março do ano seguinte. Inicialmente, calculamos o número de dias entre 20 de outubro e 31 de dezembro: $365 - 293 = 72$. Em seguida, somamos 72 com 74 dias que vão de 1º de janeiro até 15 de março: $72 + 74 = 146$ dias¹¹.

¹¹ Se o ano é bissexto, somamos 1 ao número de dias: $146 + 1 = 147$

APÊNDICE 02

TAXA DE CÂMBIO

Quando importamos algo dos Estados Unidos, da Alemanha ou da Inglaterra, efetuamos o pagamento em dólares, marcos ou libras, respectivamente.

Esse procedimento dá origem ao câmbio, que é a operação de troca de moedas de diferentes países. É evidente que, para ser possível a realização dessa troca, é necessário estabelecermos uma relação de equivalência entre as várias moedas. Essa relação de equivalência, que em última análise é o preço da moeda estrangeira em termos de moeda nacional, é o que denominamos **taxa de câmbio**. Assim, se um dólar custasse R\$ 1,10, por exemplo, a taxa de câmbio do dólar seria de R\$1,10, ou seja: US\$ 1,00 = R\$ 1,10.

As taxas de câmbio são agrupadas em tabelas de cotações, que contêm os valores de compra no Banco Central para a moeda estrangeira (preço que o agente cambial pagará na compra da moeda). A diferença entre os valores de compra e de venda é o lucro do agente cambial.

Apresentamos, a seguir, uma tabela de cotações do câmbio relativa a 13/12/2000 (fonte Folha de São Paulo)

NOME	SÍMBOLO	COMPRA
Peso Argentino		1,96464
Coroa dinamarquesa	DKr	0,231843
Coroa norueguesa	NKr	0,213741
Coroa sueca	SKr	0,202557
Dólar americano	US\$	1,96680
Dólar australiano	\$A	1,3733
Dólar canadense	Can\$	
Escudo português	Esc.	0,008628
Franco belga	FB	0,042884
Franco francês	F	0,263725
Franco suíço	Sw.Fr.	1,14665
Iene japonês	¥	0,017616
Libra esterlina	£	2,85005
Lira italiana	Lit	0,0008934
Marco alemão	DM	0,884496
Peseta espanhola	Ptas	0,010397
Peso Mexicano		0,206945
Rublo (CEI)		0,0700291
<u>EURO</u>		1,72992
Xelim austríaco	S	0,125718

A acepção mais comum da palavra câmbio é a que se refere à transferência de somas de dinheiro sem a necessidade de efetivamente transportarmos moedas.

Assim, supondo que um importador brasileiro deva pagar uma dívida a um exportador francês, ele pode proceder de duas maneiras distintas:

- fazendo uma remessa de francos para um banco francês (letra de câmbio), por intermédio de um banco brasileiro, no valor da dívida;
- fazendo, previamente, uma remessa no valor da dívida a um banco italiano, por exemplo, quando então fará uma letra de câmbio em libras para que, por sua vez, o banco italiano remeta à França a soma em francos.

No primeiro caso, intervêm apenas dois bancos e o câmbio é **direto**; no segundo, há um banco intermediário e o câmbio é **indireto**. O procedimento empregado para determinar qual é o câmbio mais conveniente é denominado **arbitragem**.

APÊNDICE 03

POUPANÇA/TR/UFIR/Salário

	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO
Poupança (%)	1,7588	1,4673	1,3179	1,1629	1,0917	1,1129	1,0880	1,1306
TR- Taxa de Referência	1,2526	0,9625	0,8139	0,6597	0,5888	0,6099	0,5851	0,6275
UFIR - Unidade Fiscal de Ref. (R\$)	0,8287	0,8287	0,8287	0,8287	0,8287	0,8287	0,8847	0,8847
BTN + TR cheia (R\$)	0,8991	0,9104	0,9191	0,9266	0,9327	0,9382	0,9439	0,9495
Salário Mínimo (R\$)	100,00	100,00	100,00	100,00	112,00	112,00	112,00	112,00

Fonte Folha de São Paulo 09/08/96

CERTIFICADO DE DEPÓSITO BANCÁRIO - CDB

Taxa bruta prefixada para aplicações em agências

Faixa/R\$	Taxa Mínima	Taxa Máxima
Até 100,00	13,8	19,0
Entre 100,00 e 500,00	19,7	21,3
Acima de 3.000,00	21,5	22,0

Taxa prefixada de 09/08/96, correspondente a aplicação por 31 dias (21 dias úteis) - Fonte Folha de São Paulo de 10/08/96

APÊNDICE 04

PLANOS ECONÔMICOS e CORREÇÃO MONETÁRIA

A correção monetária foi introduzida no Brasil como uma compensação para desvalorização sistemática da nossa moeda, em função dos índices crescentes de inflação.

Vamos rapidamente ver uma abordagem da correção monetária para facilitar o entendimento do atual momento econômico por que atravessa o país e as mudanças que vêm sendo introduzidas. Para tanto, falemos um pouco da moeda.

No início da atividade comercial havia apenas a troca de mercadorias. Assim, um indivíduo **A**, produtor da mercadoria **a** e necessitado da mercadoria **b**, procurava o indivíduo **B** que a produzia. Se houvesse concordância na troca, tudo bem; porém, as coisas se complicavam quando não havia concordância na troca, pois **A** teria de procurar um outro indivíduo produtor de **b** que estivesse disposto a trocá-la por **a**.

Com o desenvolvimento do comércio entre indivíduos houve, então, a necessidade de uma terceira mercadoria, de aceitação geral e, principalmente, de fácil transporte e de valor constante para todos os produtores. Essa mercadoria passou a ser o padrão de trocas e de comparação de valores dos demais produtos. Esse padrão tornou-se, assim, a moeda da comunidade.

Surgiu, então, o problema: qual a melhor mercadoria a ser tomada como moeda? Chegou-se à conclusão de que a melhor moeda seria o metal: fácil de transportar, grande durabilidade e que permitia a obtenção de “pedaços” para pagamentos menores.

Com o passar do tempo, a moeda foi sofrendo um processo contínuo de desvalorização: passou de moeda mercadoria para moeda metálica e, finalmente, para um valor simbólico, tornando-se apenas um

pedaço de papel (**papel-moeda**: *emissão com [lastro metálico](#)*; **papel-moeda**: *emissão sem lastro metálico*; **moeda escritural** ou **moeda bancária**: *cheque*).

Chamamos de **valor da moeda** (ou *poder aquisitivo da moeda*) aquele representado pela quantidade de bens ou serviços que podem ser adquiridos com uma unidade monetária.

Dizemos que uma moeda é **estável** quando mantém, no decorrer do tempo, sempre o mesmo poder aquisitivo.

A depreciação do valor da moeda (ou redução do seu poder aquisitivo) é identificada como **inflação**. Observemos, porém, que o aumento dos preços de alguns bens e serviços, resultante, por exemplo, de uma escassez típica das entressafras, não é o bastante para caracterizar um processo inflacionário. Este só fica caracterizado se todos os bens e serviços acusam uma tendência de alta generalizada e contínua.

Assim, podemos caracterizar a **inflação como uma contínua, persistente e generalizada expansão dos preços**.

Quanto à intensidade do processo inflacionário, podemos distinguir uma gama muito grande, limitada por uma **inflação rastejante** e uma **inflação galopante** ou **hiperinflação**.

A **inflação rastejante** é caracterizada por uma leve e quase imperceptível expansão geral dos preços, como aquela que verifica, atualmente, na maioria dos países de primeiro mundo.

Já a **inflação galopante** ou **hiperinflação** é caracterizada por uma violenta e incontrolável expansão do nível geral dos preços. Na Alemanha, entre 1914 e 1923, foi registrada a maior inflação do mundo: os preços cresceram 1 trilhão (10^{12}) de vezes.

Entre esses níveis extremos, há certos processos inflacionários que podemos dizer praticamente crônicos, embora permaneçam sob controle e reprimidos. No Brasil, por exemplo, desde a Segunda Grande Guerra temos assistido a processos inflacionários de intensidade variada, se bem que jamais tenham fugido ao controle das autoridades financeiras.

No ano de 1964, a correção monetária foi instituída no Brasil como método para amenizar os efeitos da inflação. Paralelamente, foram criadas pela Lei nº 4.357, de 16/06/64 as **Obrigações Reajustáveis do Tesouro Nacional**, com o intuito de restabelecer a confiança nos títulos da dívida pública.

O Governo, com a finalidade de uniformizar a correção monetária, passou a utilizar duas unidades financeiras: **Obrigações Reajustáveis do Tesouro Nacional (ORTNs)** e a **Unidade Padrão de Capital (UPC)**.

Cada **ORTN** tinha seu valor corrigido mensalmente, de acordo com o índice de inflação no período; e cada **UPC**, com correção trimestral, passaria a ter o valor da **ORTN** do mês inicial do trimestre (janeiro, abril, julho, outubro).

A **ORTN** era, em geral, utilizada como unidade-padrão para financiamentos industriais, e a **UPC**, para financiamentos habitacionais através do extinto Banco Nacional da Habitação (BNH).

Pelo Decreto-lei nº. 2.283, de 28/02/86, consolidado pelo Decreto-lei nº. 2.284, de 10/03/86, a unidade do sistema monetário brasileiro passou a se chamar **Cruzado (Cz\$)**; nesta transformação, o cruzeiro correspondia a um milésimo do cruzado. As Obrigações Reajustáveis do Tesouro Nacional foram substituídas por **Obrigações do Tesouro Nacional (OTNs)**, sem correção. Este foi o Plano Cruzado do Zé Sarney.

Decreto-lei nº. 7.730, de 31/01/89, substituiu o cruzado pelo **cruzado novo (NCz\$)**; o cruzado passou a corresponder a um milésimo do cruzado novo. As Obrigações do Tesouro Nacional foram substituídas pelo **Bônus do Tesouro Nacional (BTN)**. Este foi o Plano Verão, também, do Zé Sarney.

Daí veio ELE (o Collor, lembra-se!!!!) com a Lei (vejam só não foi Decreto não!!!) nº. 8.024, de 12/04/90, instituindo o **cruzeiro (Cr\$)** como moeda nacional, sendo um cruzeiro correspondente a um cruzado novo. O **BTN** foi mantido.

Finalmente em 15/07/94 surgiu a moeda atual, o **REAL**, valendo Cr\$ 2.750,00 (valendo mais que US\$ 1,00). Com ela temos caminhado esses últimos dias. Esta moeda você conhece bem!!!!.

APÊNDICE 05

COMO ATUALIZAR DÍVIDAS PELA [POUPANÇA](#)

Veja na tabela abaixo como atualizar uma dívida usando o mesmo fator de correção empregado na caderneta de poupança, isto é, correção monetária mais juros de 0,5% ao mês.

Fonte: Folha de São Paulo 18/08/96

Ano	1991	1992	1993	1994	1995	1996
Jan	34.555,20	6.216,91	466,141	17,05254	1,5281	1,09352
Fev	28.602,70	4.929,86	365,285	11,9964	1,4892	1,07462
Mar	26.598,50	3.905,22	288,042	8,53477	1,45481	1,05908
Abr	24.392,80	3.121,89	227,81	5,98685	1,41504	1,0453
Mai	22.281,80	2.569,63	176,787	4,08102	1,36083	1,03329
Jun	20.342,00	2.134,11	136,702	2,77294	1,3115	1,02213
Jul	18.501,80	1.754,21	104,568	1,87856	1,26834	1,01088
Ago	16.728,30	1.411,18	79,8095	1,77978	1,22539	
Set	14.868,40	1.139,56	59,5565	1,73395	1,18835	
Out	12.668,70	904,361	42,9681	1,68428	1,15993	
Nov	10.524,90	719,488	32,0819	1,63412	1,13539	
Dez	8.023,69	580,669	23,4446	1,57985	1,11372	

Obs:- Os fatores estão arredondados e baseiam-se em poupança de dia 1°.

Como calcular:

- 1) Localize o mês e o ano da dívida original;
- 2) Na tabela encontre o fator correspondente à data;
- 3) Multiplique o valor da dívida pelo fator e divida por 2.750 para atualizá-la para reais. Se anterior a Ago/93, divida antes por 1.000.

EXEMPLO

- 1) Uma dívida de Cr\$ 30.000,00 (cruzeiros) foi contraída em junho de 1991;
- 2) Na tabela o fator correspondente a junho de 1991 é 20.342,0;
- 3) Cr\$ 30.000,00 vezes 20.342,0 é igual a Cr\$ 610.260.000,00 (cruzeiros) ou CR\$ 610.260,00 (cruzeiros reais), com o corte de três zeros em agosto/93. Resulta em R\$ 221,91 (reais) na divisão por 2.750 e atualizado para 01/08/96.

APÊNDICE 06

JUROS DOS EMPRÉSTIMOS BANCÁRIOS

Taxas % ao mês cobradas de consumidores e empresas:

Custo do dinheiro para pessoas físicas

Tipo	Mín	Máx
Crédito direto (pré)	5,00	7,00
Crédito Pessoal	5,00	12,00
Cheque Especial	7,90	12,00
Passagens aéreas **	4,00	4,00
Cartão de loja	8,90	13,50

Fonte: Folha de São Paulo 18/08/96

** Varia conforme o prazo

Custo do dinheiro para pessoas jurídica*

Tipo	Mín	Máx
Hot-money (um dia)	0,100	0,174
Capital de giro	2,80	6,49
Desc. de duplicatas	2,56	5,55

Fonte: Folha de São Paulo 18/08/96

* Média de amostra de mercado, excluindo encargos sociais

APÊNDICE 07

TR - FUNÇÃO E FORMAÇÃO DE PREÇO

A TR taxa referencial de juros foi criada no Plano Collor II, com o intuito de ser uma taxa básica referencial dos juros a serem praticados no mês iniciado e não como índice que refletisse a inflação do mês anterior. Ela deveria funcionar como uma *Libor* ou *Prime Rate*.

A TRD, por sua vez, era a TR rateada pelo número de dias úteis do mês a que se refere a TR e servia como referência aos valores pró-rata ou descasados do período mensal cheio. A TRD foi extinta por Medida Provisória em 01/05/93 e definiu-se novo cálculo para determinação da TR.

A TR passou então a ser calculada para cada dia do mês e valia para as aplicações até o 30º dia a contar da data na qual a média foi centrada, quando era recalculada para o próximo período de 30 dias.

O cálculo da TR do dia passou a ser feito através do critério de média móvel de três dias úteis consecutivos, centrado no dia de cálculo e divulgação no dia seguinte ao período do cálculo, ou seja, o quarto dia. Assim, o valor da TR é fixado com 28 dias de antecedência.

EXEMPLO: A TR do dia 8 é calculada considerando a média das médias dos [CDB](#) emitidos pelas instituições financeiras selecionadas, como visto anteriormente, dos dias 7, 8 e 9, e divulgada ao mercado no dia 10, e vale para os vencimentos do dia 8 do mês seguinte (se o mês do cálculo for de 30 dias). Nos meses em que não existir o dia correspondente ao vencimento da obrigação, utilizar-se-á a TR do dia subsequente.

O redutor aplicado sobre a média apurada das taxas dos [CDB](#) foi fixado em 1,3% a partir de 01/10/95.

É importante notar que o valor da TR será sempre influenciado pelo número de dias úteis considerados no período de validade da TR sob cálculo.

MERCADO DE TÍTULOS FEDERAIS - Open Market

O *open market* é um [mercado secundário](#), ou seja, um mercado onde se negociam títulos já emitidos anteriormente.

Atualmente, o *open market* é privativo das instituições financeiras, e é nele que ocorre a troca de reservas bancárias, lastreadas unicamente em [títulos públicos](#) federais.

Independente de uma ou outra expectativa fortuita, as reservas bancárias das instituições financeiras flutuam ao sabor de variáveis sazonais da economia, tais como: recolhimento de tributos federais; pagamento dos salários dos trabalhadores; ajustes dos saldos do compulsório; resultados na compensação; colocação ou resgate de [títulos públicos](#).

Desta forma, poderá haver deficiência de reservas bancárias para cobrir as obrigações de uma ou de outra [instituição financeira](#) que com [lastro](#) em [títulos públicos](#) federais, poderá obter, via BC, recursos utilizando reservas de outras instituições.

Assim, os bancos se utilizam do *open market* via operações overnight para compor diariamente o seu caixa, de acordo com a falta ou sobra de reservas bancárias, através da compra e venda de títulos federais entre si.